

# KUASAI PBD

MODUL PENTAKSIRAN BILIK DARJAH

TINGKATAN  
KSSM

4

KHAS UNTUK  
GURU

MATEMATIK TAMBAHAN  
ADDITIONAL MATHEMATICS



Mempermudah  
Pentaksiran Bilik  
Darjah (PBD)



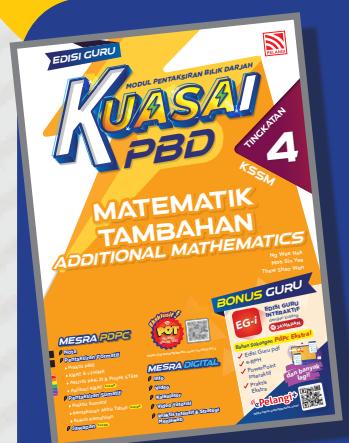
Melancarkan  
Pentaksiran Formatif  
dan Sumatif



Menyokong  
Pembelajaran dan  
Pemudahcaraan  
(PdPc) Mesra Digital



Meningkatkan  
Tahap Penguasaan  
Murid



Edisi Guru

## PAKEJ PERCUMA UNTUK KEMUDAHAN GURU

### EDISI GURU

VERSI CETAK

- » Nota
- » Praktis PBD
- » Praktis Sumatif
- » Kukuh Kemahiran
- » Aplikasi KBAT
- » Pentaksiran Akhir Tahun
- » Jawapan
- » Bahan Digital

### RESOS DIGITAL GURU

ePelangi+

Pelbagai bahan digital sokongan PdPc yang disediakan khas untuk guru di platform ePelangi+.



BAHAN SOKONGAN  
PdPc EKSTRA!



Edisi Murid

# EDISI GURU (versi cetak)



## A Kandungan

Kandungan disertakan rujukan bahan-bahan digital sokongan dalam buku.

KANDUNGAN	
Babak Pentaksiran Murid Matematik Tambahan Tingkatan 4	iv – vi
<b>1 Fungsi Functions</b>	1
1.1 Fungsi	1
1.2 Fungsi Gabungan	5
1.3 Fungsi Sebaliknya	7
Praktis Sumatif 1	10
PBD Formatif	14
<b>2 Fungsi Kuadratik Quadratic Functions</b>	15
2.1 Persekitaran dan Ketaksamaan Kuadratik	15
2.2 Jenis-jenis Puncak Permasalahan Kuadratik	20
2.3 Fungsi Kuadratik	21
Praktis Sumatif 2	30
PBD Formatif	33
<b>3 Sistem Permasalahan Systems of Equations</b>	34
3.1 Sistem Permasalahan Linear dalam Tiga Variabel	34
PBD Formatif	34
<b>4 Indeks, Surd dan Logaritma Indices, Surds and Logarithms</b>	47
4.1 Hukum Indeks	47
4.2 Hukum Surd	50
4.3 Hukum Logaritma	54
4.4 Aplikasi Indeks, Surd dan Logaritma	59
Praktis Sumatif 4	60
PBD Formatif	64
<b>5 Janggung Progressions</b>	65
5.1 Janggung Aritmetik	65
5.2 Janggung Geometri	69
Praktis Sumatif 5	75
PBD Formatif	79



## B Rekod Pentaksiran Murid

Jadual untuk catatan prestasi Tahap Penguasaan murid.

BAB	TAHAP PENGUASAAN	TARAF	BILANGAN		PENGALAMAN	
			1	2		
1 Fungsi	TPT1	Mengalihpaskan peroperasian atau ketaksamaan fungsi	✓	✓		
1 Fungsi	TPT2	Mengalihpaskan ketaksamaan matematik menggunakan simbol <, > atau =	✓	✓		
2 Fungsi Kuadratik	TPT1	Mengalihpaskan ketaksamaan matematik menggunakan simbol <, > atau =	✓	✓		
2 Fungsi Kuadratik	TPT2	Mengalihpaskan peroperasian dan ketaksamaan fungsi menggunakan simbol <, > atau =	✓	✓		
3 Sistem Permasalahan	TPT1	Mengalihpaskan peroperasian dan ketaksamaan fungsi menggunakan simbol <, > atau =	✓	✓		
3 Sistem Permasalahan	TPT2	Mengalihpaskan peroperasian dan ketaksamaan fungsi menggunakan simbol <, > atau =	✓	✓		
4 Indeks, Surd dan Logaritma	TPT1	Mengalihpaskan peroperasian atau ketaksamaan menggunakan simbol <, > atau =	✓	✓		
4 Indeks, Surd dan Logaritma	TPT2	Mengalihpaskan ketaksamaan menggunakan simbol <, > atau =	✓	✓		
5 Janggung	TPT1	Mengalihpaskan peroperasian atau ketaksamaan menggunakan simbol <, > atau =	✓	✓		
5 Janggung	TPT2	Mengalihpaskan peroperasian dan ketaksamaan menggunakan simbol <, > atau =	✓	✓		
Jumlah Pengalaman						
1						
2						
3						
Jumlah Pengalaman Seluruh						



## Nota

Nota ringkas di halaman permulaan setiap subtopik.

**BAB 1**

**Fungsi Functions**

**KUASAI/Nota Pintas**

1. Fungsi dari set kepada set (jika) hubungan khas yang mempunyai setiap objek dalam set P kepada hanya satu objek dalam set Q. Hubungan q adalah sejenis relasi yang bagi setiap objek x di P hanya ada satu objek y di Q yang bersesuaian dengan x.

2. Domai / Domain = {x | x ∈ P}

Kodomin / Kodomain = {y | y ∈ Q}

Julat / Imajin = {f(x) | x ∈ P}

Objek objektif bagi f / Imajin f = {f(x) | x ∈ P}

3. Upaya giat mencari dan boleh dilakukan untuk memastikan sama ada suatu hubungan ialah suatu fungsi.

**KUASAI/Nota Pintas**

1. Fungsi dari set kepada set (jika) hubungan khas yang mempunyai setiap objek dalam set P kepada hanya satu objek dalam set Q. Hubungan q adalah sejenis relasi yang bagi setiap objek x di P hanya ada satu objek y di Q yang bersesuaian dengan x.

2. Domai / Domain = {x | x ∈ P}

Kodomin / Kodomain = {y | y ∈ Q}

Julat / Imajin = {f(x) | x ∈ P}

Objek objektif bagi f / Imajin f = {f(x) | x ∈ P}

3. Upaya giat mencari dan boleh dilakukan untuk memastikan sama ada suatu hubungan ialah suatu fungsi.

## D Praktis PBD » Pentaksiran Berterusan

**KUASAI/Nota Pintas**

1. Nombor tak riilalah nombor perpuluhan yang tidak boleh ditukarkan kepada pecahan.

2. Surd ialah nombor tak riilah dalam bentuk punca dan mempunyai nombor perpuluhan berulang.

Surd ialah nombor dalam bentuk  $\sqrt{a}$  dan  $a$  adalah nombor riil.

Contoh / Example:  $\sqrt{5} = 2.23607$  ...

**KUASAI/Nota Pintas**

Bad  $a > 0$  dan  $b > 0$ ,  
For  $x > 0$  dan  $y > 0$ ,

(i)  $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$   
(ii)  $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b}$

**KUASAI/Nota Pintas**

1. Membanding binaan nombor dan surd, dan senaraikan menghubungkan surd dengan binaan nombor tak riil.

2. Tularkan setiap perpuluhan berulang kepada pecahan dalam bentuk termurah.

Contoh:

(i) 0.55555...  
Katakan / say  
P = 0.55555...  
 $10P = 5.55555...$   
 $\therefore P = \frac{5}{9}$   
 $\therefore 0.55555... = \frac{5}{9}$

(ii) 0.018181818...  
Katakan / say  
 $P = 0.018181818...$   
 $100P = 1.818181818...$   
 $\therefore P = \frac{18181818}{99000}$   
 $P = \frac{1}{55}$   
 $\therefore 0.018181818... = \frac{1}{55}$

3. Tentukan sama ada setiap sebuah yang berikut adalah surd atau bukan. Berikan sebaban.

Contoh:

(a)  $\sqrt{12}$   $\sqrt{12} = 3.464101615$   
 $\sqrt{12}$  adalah surd kerana nilaiannya salah perpuluhan tidak berulang.  
 $\sqrt{12}$  adalah surd kerana nilaiannya salah perpuluhan tidak berulang.

(b)  $\sqrt{25}$   $\sqrt{25} = 5$   
 $\sqrt{25}$  bukan surd kerana nilaiannya salah perpuluhan tidak berulang.

(c)  $\sqrt{216}$   $\sqrt{216} = 6$   
 $\sqrt{216}$  bukan surd kerana nilaiannya salah integer.

**KUASAI/Nota Pintas**

1.  $\frac{1}{2^{n+1}} = 4^{-n-1}$   
 $4^n = 2^{-n-1}$   
 $4x + 3 = 8$   
 $4x = 8 - 3$   
 $x = \frac{5}{4}$   
 $\therefore x = 1.25$

(d)  $\ln(x-2) = 1$   
 $\ln(x-2)^2 = \ln e$   
 $(x-2)^2 = e$   
 $x-2 = \pm\sqrt{e}$   
 $x = 2 \pm \sqrt{e}$   
 $= 2 \pm 2.236$   
 $\therefore x = 4.236$  atau  $x = -0.236$

2. Seleksaikan setiap yang berikut.

(a)  $5^{n+2} = 125$   
 $(2n+2) \log 5 = \log 125$   
 $2n+2 = \frac{\log 125}{\log 5}$   
 $2n+2 = 3$   
 $n = 0.5$

(b)  $27^{m+2} = 81^{2m}$   
 $(3m+2) \log 27 = 2(2m) \log 81$   
 $3m+2 = 2(2m)$   
 $3m+2 = 4m$   
 $m = 2$

(c)  $2^{(n+2)} - 4 \times 2^{(n+1)} + 3 = 0$   
 $2^{n+2} - 4 \times 2^{n+1} + 3 = 0$   
 $4(2^{n+1})^2 - 8(2^{n+1}) + 3 = 0$   
Katakan / say  
 $4t^2 - 8t + 3 = 0$   
 $(2t-1)(2t-3) = 0$   
 $t = \frac{1}{2}$  atau  $t = \frac{3}{2}$   
 $y = \frac{1}{2}$  atau  $y = \frac{3}{2}$   
 $2^n = \frac{1}{2}$   
 $n = -1$   
 $2^n = \frac{3}{2}$   
 $n = 1.5$

(d) Diberi  $\log_b y = x$ , ungkapkan setiap yang berikut dalam rebutan  $y$ . Given that  $\log_b y = x$ , express each of the following in terms of  $x$ .

(i)  $\log_b \frac{1}{y}$   
(ii)  $\log_b y^2$   
(iii)  $\log_b \frac{1}{y^2}$   
(iv)  $\log_b \frac{1}{y^3}$   
(v)  $\log_b \frac{1}{y^4}$   
(vi)  $\log_b \frac{1}{y^5}$

1 Soalan latihan formatif dirangka jelas mengikut Standard Kandungan (SK) dan Standard Pembelajaran (SP) sejajar dengan halaman buku teks.

2 Soalan dikriteriakan mengikut 6 Tahap Penguasaan (TP). Soalan Kemahiran Berfikir Aras Tinggi (KBAT) dikenal pasti.

3 Tahap penguasaan murid boleh dinilai di akhir setiap halaman.

4 **Cuba Jawab** merujuk silang soalan kepada Praktis Sumatif (soalan berbentuk penilaian) di akhir bab untuk menguji tahap kefahtaman murid.

EG-2



**5** Bahan digital lain seperti **Kalkulator, Info, Video dan Video Tutorial** disediakan untuk meningkatkan keseronokan pembelajaran Matematik.

**6** Aktiviti seperti Projek STEM dan PAK-21 disertakan untuk menyempurnakan PdPc.

**Matematik Tambahan Tingkatan 4 Bab 5 Janggung**

(b)  $-20, -18, -16, \dots, 50$   
 $d = -18 - (-20) = 2$   
 $T_1 = -20 + (n-1)(2)$   
 $-20 = -20 + 2n - 2$   
 $2n = 2$   
 $n = 1$   
 $S_{50} = \frac{1}{2}(50)(-20 + 50) = 540$

(c)  $5, 5.4, 5.8, \dots, 79$   
 $d = 5.4 - 5 = 0.4$   
 $T_1 = 5 + (n-1)(0.4)$   
 $79 = 5 + 0.4n - 0.4$   
 $0.4n = 74.4$   
 $n = 186$   
 $S_{186} = \frac{1}{2}(186)(5 + 79) = 792$

**Tip Penting**  
Guna rumus  $S_n = \frac{n}{2}(T_1 + T_n)$   
jika sebutan terakhir adalah  $T_n$ , gunakan  $T_n = T_1 + (n-1)d$   
atau formula  $T_n = T_1 + (n-1)d$   
jika last term is given.

**Video Tutorial**  
Lengkap penyelesaian

**5** Selesaikan setiap yang berikut.

Solve each of the following.

(a) Dalam tambang bagi sembilan sebutan pertama bagi suatu jenjang aritmetik ialah 117. Hassil tambah bagi empat sebutan seterusnya ialah 91. Cari sebutan pertama dan beza sebagi jenjang aritmetik itu.  
The sum of the first nine terms of an arithmetic progression is 117. The sum of the subsequent four terms is 91. Find the first term and the common difference of the arithmetic progression.

(b) Hassil tambah bagi sebutan bagi suatu jenjang aritmetik diberi oleh  $S_n = 2nr + \frac{n(n-1)}{2}d$ . Cari sebutan pertama dan beza sebagi jenjang aritmetik itu.  
The sum of the first  $n$  terms of an arithmetic progression is  $S_n = 2nr + \frac{n(n-1)}{2}d$ . Find the first term and the common difference of the arithmetic progression.

**Tip Penting**  
 $T_n = S_n - S_{n-1}$

**6** Selesaikan setiap yang berikut.

Solve each of the following.

(a) Pasar Raye Fastram akan mendekunkan satu promosi bagi bulan Januari dan Julai nanti akan meningkat 455 kampit bersarai pada bulan Januari dan jumlahnya akan meningkat 455 kampit bersarai pada bulan Julai nanti.  
Pasar Raye Fastram will launch a sole promotion of its own rice brand from January to December 2021. Pasar Raye Fastram estimates that the price per kilogram of rice will increase by RM4.50 every subsequent month.

(i) Hitung bilangan kampit bersarai yang akan terjual pada Julai 2021?  
Calculate the number of rice packs will be sold in July 2021.  
At which month the rice is estimated 495 packs sold?

(ii) Cari jumlah bilangan kampit bersarai terjual sepanjang promosi ini.  
Find the total number of rice packs sold during the promotional period.

(i)  $T_1 = 5000 + (7 - 1)(455) = 7730$   
 $T_n = 9095$   
 $5000 + (n - 1)(455) = 9095$   
 $455n - 455 = 4095$   
 $n = 10$

(ii)  $S_{10} = \frac{1}{2}(5000 + 9095)(10 - 1)(455) = 90950$  kampit / peks

**SP 5.1.4** Meneroka maklumat yang berlaku pada jenjang aritmetik.

**SP 5.1.5** Selesaikan setiap yang berikut.  
Solve each of the following.

(a) Pasar Raye Fastram akan mendekunkan satu promosi bagi bulan Januari dan Julai nanti akan meningkat 455 kampit bersarai pada bulan Januari dan jumlahnya akan meningkat 455 kampit bersarai pada bulan Julai nanti.  
Pasar Raye Fastram will launch a sole promotion of its own rice brand from January to December 2021. Pasar Raye Fastram estimates that the price per kilogram of rice will increase by RM4.50 every subsequent month.

(i) Hitung bilangan kampit bersarai yang akan terjual pada Julai 2021?  
Calculate the number of rice packs will be sold in July 2021.  
At which month the rice is estimated 495 packs sold?

(ii) Cari jumlah bilangan kampit bersarai terjual sepanjang promosi ini.  
Find the total number of rice packs sold during the promotional period.

(i)  $T_1 = 5000 + (7 - 1)(455) = 7730$   
 $T_n = 9095$   
 $5000 + (n - 1)(455) = 9095$   
 $455n - 455 = 4095$   
 $n = 10$

(ii)  $S_{10} = \frac{1}{2}(5000 + 9095)(10 - 1)(455) = 90950$  kampit / peks

**Matematik Tambahan Tingkatan 4 Bab 5 Janggung**

16. Dalam rajah di sebelah, sebuah bandul dengan panjang 28 cm bergerak dari posisi awal  $O$  dan bantul dengan panjang  $2r$  cm bergerak dari posisi awal  $A$ . Jika sudut  $\theta$  adalah 0.96 darjah pada pertama kali ia dilakukan, cari sudut  $\theta$  dalam radian.  
In the diagram below, a pendulum of length 28 cm oscillates from a first oscillation form  $O$  and each subsequent oscillation, angle  $\theta$  is 0.96 of the previous angle.

(a) Bentuk satu jalang geometri bagi janggung lengkok, dalam cm, yang terbentuk oleh bandul itu.   
Carry out the calculation.

(b) Cari jumlah jarak bandul itu berayun sepanjang suatu jalang geometri.  
Find the total distance of the pendulum oscillates until the pendulum stops.

(c) Cari jumlah jarak bandul itu berayun sehingga bandul itu berhenti.  
Find the total distance of the pendulum oscillates until the pendulum stops.

(Guru / Use  $\pi = \frac{22}{7}$ )

Cara jawab / Public answer & Solution

**17. Lukisan aktiviti di bawah.**   
Carry out the activity below.

**6** **AKTIVITI PAK-21**

(a) Bahagikan murid kepada beberapa kumpulan.  
Divide pupils into groups.  
Guru berikan soalan dan taksiran pada paparan latar.  
Teacher gives the following question on the blackboard.

All ditarawak dua jenis pelaburan, A dan B. Adalah melabur RM1 000 pada Januari 2020. Pelaburan A: Menambah keuntungan modal sebanyak RM100 setup bulan. Pelaburan B: Menambah keuntungan modal sebanyak 7% setup bulan. Adalah melabur RM1 000 pada Januari 2020. Pelaburan A: Increase the capital by RM100 each month. Investment Plan B: Increase the capital by 7% each month starting from January 2020.

Pelan pelaburan manakah yang wajar dipilih oleh Ali? Berikan jujukan anda.  
Which investment plan should Ali choose? Give your justification.

(c) Guru memberi markah berdasarkan ketepatan dan kreativiti setiap kumpulan menjawab soalan itu.  
Teacher gives mark based on the accuracy and creativity of each group answering the question.

**Parlimpangan di Meja**

**KUASAI SPM**  
**PRAKTIS SUMATIF 2**

**1** **Praktis Ekstra Sumatif 2**

**KERTAS 1**

1. Diberi persamaan  $1/x^2 + 2x + 3 = 0$ .  
Cari nilai m jika  
(a) satah punca adalah nisbah pantas yang satu lagi.   
(b) salah satu punca adalah saling punca yang dua-duanya negatif.   
One of them is the negative reciprocal of the other.  
(2 markah / 2 marks)

**Jawapan / Answer:**  
(a) Punca punca / Roots of  $x^2 + 2x + 3 = 0$   
 $a = 4m + 5, b = 2m - 4, c = -m + 3$   
 $SQR = \frac{b}{a}$   
 $a = -2m + 4$   
 $0 = 4m + 5$   
 $0 = 4m + 5$   
 $0 = 2m + 4$   
 $2m = -4$   
 $m = -2$

(b) Punca punca / Roots of  $x^2 + 2x + 3 = 0$   
 $a = 4m + 5, b = 2m - 4, c = -m + 3$   
 $PQR = \frac{c}{a}$   
 $c = -m + 3$   
 $1 = m - 3$   
 $4m = -3$   
 $4m = -3$   
 $m = -\frac{3}{4}$

**2.** Rajah di bawah melestarikan sebatang kayu dengan bentuk segitiga dan dua lengkung limas yang berasingan. Cari nilai  $x$  jika  $AB = 12$  m dan  $BC = 8$  m.   
3

3. **Manjapawid**

2. Diberi  $g(x) = 12 - 6x - 2x^2$ . Cari julat nilai bagi  $x$  yang memenuhi  $g(x) < 12$ .  
Given  $g(x) = 12 - 6x - 2x^2$ . Find the range of values of  $x$  that satisfy  $g(x) < 12$ .

(a) Menggunakan garf fungsi kuadratik  $g(x) = 12 - 6x - 2x^2$  dan  $g(x) < 12$ , cari julat nilai bagi  $x$ .  
(b) Selepaskan  $g(x) < 12$  untuk mendapat julat nilai bagi  $x$ .  
(c) Cari julat nilai bagi  $x$  jika  $g(x) > 12$ .  
(d) Cari julat nilai bagi  $x$  jika  $g(x) > 12$  dan  $g(x) < 12$  dengan menggunakan kaedah  $g(x) > 12$  dan  $g(x) < 12$  by using the number line method.

**Jawapan / Answer:**  
(a) Menggunakan / Using  
 $y = -2x^2 - 6x + 12$   
 $0 = 2x^2 + 6x - 12$   
 $0 = x^2 + 3x - 6$   
 $0 = (x + 3)(x - 2)$   
 $x + 3 = 0$   
 $x = -3$   
 $x - 2 = 0$   
 $x = 2$   
Maka,  $0 < x < 2$

(b)  $y = -2x^2 - 6x + 12 < 12$   
 $y = -2x^2 - 6x < 0$   
 $2x^2 + 6x > 0$   
 $2x(x + 3) > 0$   
 $x > 0$  atau  $x < -3$

(c)  $g(x) > 12$   
 $12 - 6x - 2x^2 > 12$   
 $2x^2 + 6x < 0$   
 $2x(x + 3) < 0$   
 $x < 0$  atau  $x > -3$

(d)  $-1 < x < 0$  atau  $0 < x < 2$

**Matematik Tambahan Tingkatan 4 Bab 2 Fungsi Kuadratik**

3. Rajah di bawah menunjukkan kandang lembu memiliki Jimi.

Jimi ingin membangun pagar tampan mengelilingi kandang tersebut. Cari nilai maksimum bagi  $x$  dan luas maksimum, dalam  $m^2$ , kandang lembu itu.  
The diagram below shows the cow shed owned by Jimi.

**Sungai / River**  
**Candu lembu / Cow shed**  
**x m**

Jimi ingin membangun pagar tampan mengelilingi kandang tersebut. Cari nilai maksimum bagi  $x$  dan luas maksimum, dalam  $m^2$ , kandang lembu itu.  
The diagram below shows the cow shed owned by Jimi.

**Matematik Tambahan Tingkatan 4 Bab 2 Fungsi Kuadratik**

4. Rajah di bawah menunjukkan kandang lembu memiliki Jimi.

Jimi ingin membangun pagar tampan mengelilingi kandang tersebut. Cari nilai maksimum bagi  $x$  dan luas maksimum, dalam  $m^2$ , kandang lembu itu.  
The diagram below shows the cow shed owned by Jimi.

**Sungai / River**  
**Candu lembu / Cow shed**  
**x m**

Jimi ingin membangun pagar tampan mengelilingi kandang tersebut. Cari nilai maksimum bagi  $x$  dan luas maksimum, dalam  $m^2$ , kandang lembu itu.  
The diagram below shows the cow shed owned by Jimi.

**Matematik Tambahan Tingkatan 4 Bab 2 Fungsi Kuadratik**

5 markah / 5 marks

**Tarif Manjapawid**

1. Cari fungsi kuadratik bagi kandang lembu.  
2. Cari fungsi kuadratik bagi kandang lembu.  
3. Express the function in vertex form.

2. Titik maksimum graf fungsi kuadratik itu adalah nilai maksimum fungsi kuadratik.  
The maximum point of the quadratic graph is the maximum value of the function.

**Jawapan / Answer:**  
Lebar / Width  $= x$  Panjang / Length =  $150 - x$

Luas / Area  
 $A = x(150 - x)$   
 $= 150x - x^2$   
 $= -x^2 + 150x$   
 $= -2(x^2 - 75x + 375)$   
 $= -2[(x - 75)^2 - 75^2 + 375]$   
 $= -2(x - 75)^2 + 5625$

Titik maksimum / Maximum point  
 $= \frac{5625}{2}$   
 $= 2812.5$

Luas maksimum / Maximum area  
 $= \frac{5625}{2}$   
 $= 2812.5 \text{ m}^2$

**4**

**CARA MENGAKSES POT**  
**Eksklusif!**  
**POT**  
**PELANGI ONLINE TEST**

**(Portal Ujian Soalan Objektif)**

1 Imbas kod QR atau layari link di kulit depan buku untuk Create new account.

2 Semak e-mel untuk mengaktifkan akaun.

3 Log in ke akaun anda.

4 Masukkan Enrolment Key.

5 Mulakan ujian!

▶▶▶▶▶





# RESOS DIGITAL GURU ePelangi+

Di platform ePelangi+, guru yang menerima guna (*adoption*) siri Kuasai PBD KSSM diberi akses kepada EG-i dan bahan sokongan ekstra PdPc untuk tempoh satu tahun:

## 1 Apakah itu EG-i ?

EG-i merupakan versi digital dan interaktif Edisi Guru Kuasai PBD secara dalam talian. Versi ini akan dapat mengoptimumkan penggunaan teknologi dalam pengajaran, memaksimumkan kesan PdPc, dan membangunkan suasana pembelajaran yang menyeronokkan serta responsif dalam kalangan murid.



## Halaman Contoh EG-i

Klik Kod QR untuk mengakses bahan dalam kod QR seperti Info, Kalkulator, Video, Video Tutorial & Aplikasi KBAT.

Matematik Tarabahan Tingkatan 4 Bahagian 4 Surd dan Logaritma

KUASAI PBD KSSM

4.3 Hukum Logaritma Laws of Logarithms

SP 4.3.1 Menghabarkan permasalahan dalam bentuk indeks dengan bentuk logaritma, dan sebaliknya merubah suai logaritma kepada bentuk indeks.

1.  $\log_a N$  ialah kira jika  $N > 0$  dan  $a > 0, a \neq 1$ .  
 $\log_a N = x \Leftrightarrow N = a^x$   
 $\log_a 1 = 0$   
 $\log_a a = 1$   
 $\log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$

2. Hukum logaritma / Laws of logarithm  
(a) Hukum hasil darab / Product law  
 $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$   
(b) Hukum hasil bagi / Division law  
 $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$   
(c) Hukum kuasa / Power law  
 $\log_a x^n = n \log_a x$

11. Lengkapkan jadual berikut. Complete the following table.

Bentuk indeks Index form	Bentuk logaritma Logarithmic form	Bentuk logaritma Logarithmic form	Bentuk indeks Index form
$\gg$ Contoh $10^3 = 1000$	$\log_{10} 1000 = 3$	$\log_{10} 512 = 3$	$8^3 = 512$
(a) $4^3 = 256$	$\log_4 256 = 3$	(e) $\log_2 256 = 8$	$2^8 = 256$
(b) $20^3 = 400$	$\log_{20} 400 = 2$	(f) $\log_9 81 = 2$	$9^2 = 81$
(c) $7^3 = 343$	$\log_7 343 = 3$	(g) $\log_5 625 = 4$	$5^4 = 625$
(d) $3^3 = 6561$	$\log_3 6561 = 8$	(h) $\log_{12} 1728 = 3$	$12^3 = 1728$

12. Cari nilai  $x$  bagi setiap yang berikut. Find the value of  $x$  of each of the following.

(i) $\log_2 64 = x$ $2^6 = 64$ $2^6 = 2^6$ $x = 6$	(ii) $\log_3 x = 8$ $3^8 = x$ $x = 6561$	(a) $\log_3 81 = x$ $3^4 = 81$ $3^4 = 3^4$ $x = 4$
(b) $\log_{\frac{1}{4}} x = -3$ $4^{-3} = x$ $4^{-3} = 4^{-1}$ $x = -3$	(c) $\log_5 x = 5$ $5^5 = x$ $x = 3125$	(d) $\log_3 x = 7$ $3^7 = x$ $x = 2187$

SP 4.3.1

TAHAP PENUGASAN 1 2 3 4 5 6

Previous Next

Daftar Isi

Cari

Setting

JAWAPAN

Pilih paparan halaman (single/double page) dan bahasa antara muka melalui **Setting**.

### Alat sokongan lain:

- Pen
- Sticky Note
- Unit Converter
- Ruler
- Calculator
- Bookmark

Klik butang **JAWAPAN** untuk memaparkan atau melenyapkan jawapan (hidden) semasa penyampaian PdPc.



## BAHAN SOKONGAN PdPc EKSTRA!

Bahan-bahan pengajaran dan latihan di platform **ePelangi+** boleh dimuat turun atau dimainkan terus.

- » e-RPH (Microsoft Word)
- » Edisi Guru pdf
- » Nota Visual
- » Praktis Ekstra Sumatif



- » PowerPoint Interaktif
- » Simulasi



- Boleh dimuat turun
- Boleh dimainkan



Bahan sokongan PdPc ekstra yang sesuai dicadangkan pada halaman atau bahagian tertentu Edisi Guru melalui penandaan ikon **eP+**.

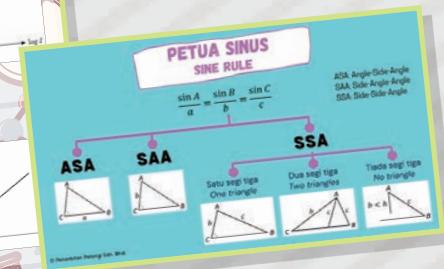
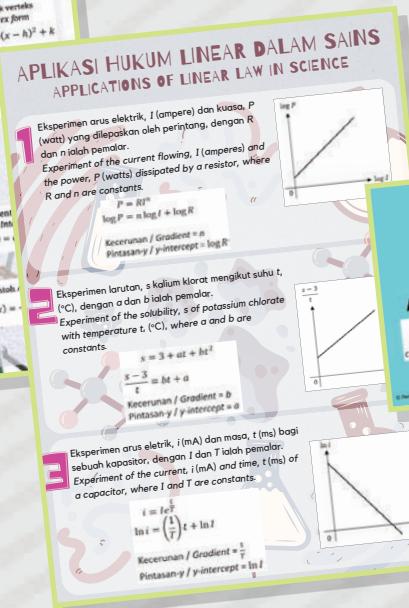
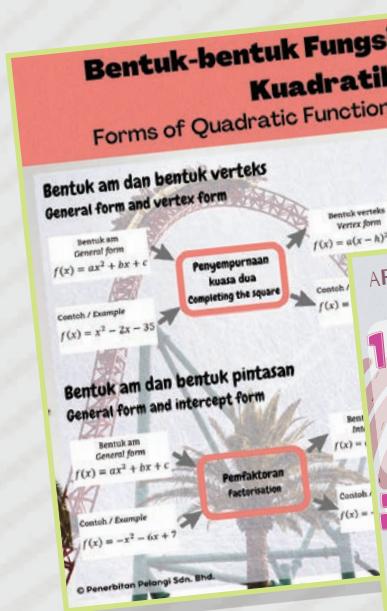
### CONTOH HALAMAN EDISI GURU DENGAN CADANGAN BAHAN SOKONGAN PDPC EKSTRA

#### » Nota Visual

Nota ringkas berwarna dalam persembahan grafik.

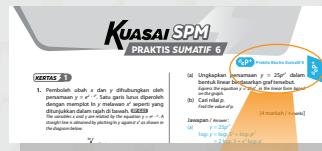
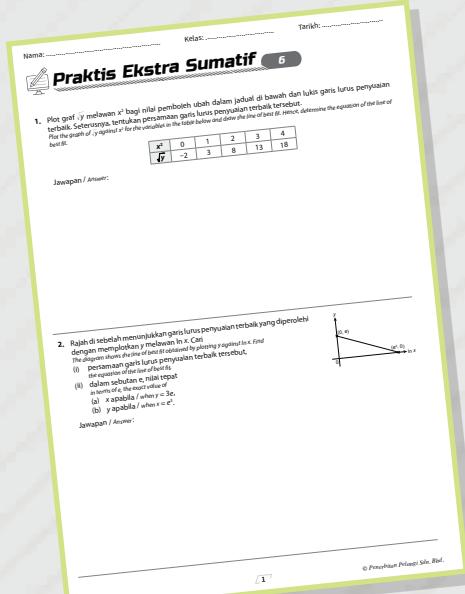


**eP+** Nota Visual



## » Praktis Ekstra Sumatif

Soalan latihan tambahan mengikut bab.



eP+ Praktis Ekstra Sumatif

## » PowerPoint Interaktif

Slaid Pengajaran PowerPoint untuk memesrakan penyampaian PdPc guru sejajar dengan aktiviti modul PBD buku ini.



Bagaimanakah saya dapat mengakses semua bahan di ePelangi+?



## » LANGKAH 1

### DAFTAR AKAUN

Bagi pengguna baharu ePelangi+, imbas kod QR di bawah atau layari [plus.pelangibooks.com](http://plus.pelangibooks.com) untuk *Create new account*.

Semak e-mel dan klik pautan untuk mengaktifkan akaun.

## » LANGKAH 2

### ENROLMENT

*Log in* ke akaun ePelangi+. Pada halaman utama (Home), cari tajuk buku dalam Secondary [Full Access].

Masukkan *Enrolment Key* untuk enrol.

Hubungi wakil Pelangi untuk mendapatkan *Enrolment Key*.

## » LANGKAH 3

### AKSES RESOS DIGITAL

Klik bahan untuk dimuat turun atau dimainkan.



\* Kontak wakil Pelangi boleh didapati di halaman EG-8.

# HUBUNGI WAKIL PELANGI

## PERKHIDMATAN & SOKONGAN

WAKIL	KAWASAN	HP & E-MEL
Lee Choo Kean	WP, Selangor, Pahang & Pantai Timur	012-3293433   cklee@pelangibooks.com
Ken Lew Weng Hong	KL & Selangor	012-7072733   kenlew@pelangibooks.com
Too Kok Onn	KL & Selangor	012-3297633   tooko@pelangibooks.com
Woo Wen Jie	KL & Selangor	019-3482987   woowj@pelangibooks.com
Lee Choo Kean	Pahang & Terengganu	012-3293433   cklee@pelangibooks.com
Lee Choo Kean	Kelantan	012-3293433   cklee@pelangibooks.com
John Loh Chin Oui	Utara Semenanjung	012-4983343   lohco@pelangibooks.com
Eugene Wee Jing Cong	Perlis & Kedah	012-4853343   euguenewee@pelangibooks.com
Ean Jia Yee	Pulau Pinang & Kulim	012-4923343   eanjy@pelangibooks.com
Alan Hooi Wei Loon	Perak Utara	012-5230133   hooiwl@pelangibooks.com
Ben Law Wai Pein	Perak Selatan	019-6543257   benlaw@pelangibooks.com
Ray Lai Weng Huat	Selatan Semenanjung	012-7998933   laiwh@pelangibooks.com
Jeff Low Eng Keong	Negeri Sembilan & Melaka	010-2115460   lowek@pelangibooks.com
Ho Kuok Sing	Sabah & Sarawak (Sibu)	012-8889433   kuoksing@pelangibooks.com
Fong Soon Hooi	Kuching	012-8839633   fongsh@pelangibooks.com
Jason Yap Khen Vui	Sabah	012-8886133   yapkv@pelangibooks.com
Kenny Shim Kian Nam	Sabah	012-8899833   kennyshim@pelangibooks.com



### GALERI PAMERAN ONSITE & ONLINE

#### Bangi

Wisma Pelangi, Lot 8, Jalan P10/10,  
Kawasan Perusahaan Bangi,  
Bandar Baru Bangi, 43650 Bangi, Selangor.

#### Johor Bahru

66, Jalan Pingai, Taman Pelangi,  
80400 Johor Bahru, Johor.

#### E-MEL KHIDMAT PELANGGAN PELANGI

service1@pelangibooks.com



#### PRODUK, PROMOSI PERKHIDMATAN & PROGRAM PELANGI TERKINI



Pelangibooks  
Academic



Pelangibooks



Pelangibooks



Pelangibooks

# KANDUNGAN

<b>Rekod Pentaksiran Murid Matematik Tambahan Tingkatan 4</b>	iv – vi
<b>BAB 1</b>	<b>Fungsi Functions</b>
	1
<b>PBD Formatif</b>	
1.1 Fungsi	1
<i>Nota Pintas</i>	
<i>Tutorial</i>	
1.2 Fungsi Gubahan	5
<i>Nota Pintas</i>	
<i>Tutorial</i>	
1.3 Fungsi Songsang	7
<i>Nota Pintas</i>	
<i>Tutorial</i>	
<i>eP+ Nota</i>	
<b>Praktis Sumatif 1</b>	10
<i>Aplikasi KBAT</i>	
<i>POT</i>	
	14
<b>BAB 2</b>	<b>Fungsi Kuadratik Quadratic Functions</b>
	15
<b>PBD Formatif</b>	
2.1 Persamaan dan Ketaksamaan Kuadratik	15
<i>Nota Pintas</i>	
<i>Tutorial</i>	
<i>Kalkulator</i>	
2.2 Jenis-jenis Punca Persamaan Kuadratik	20
<i>Nota Pintas</i>	
<i>Tutorial</i>	
2.3 Fungsi Kuadratik	21
<i>Nota Pintas</i>	
<i>Tutorial</i>	
<i>i Info</i>	
<i>eP+ Nota</i>	
<i>eP+ Simulasi</i>	
<b>Praktis Sumatif 2</b>	30
<i>Aplikasi KBAT</i>	
<i>POT</i>	
	33
<b>BAB 3</b>	<b>Sistem Persamaan Systems of Equations</b>
	34
<b>PBD Formatif</b>	
3.1 Sistem Persamaan Linear dalam Tiga Pemboleh Ubah	34
<i>Nota Pintas</i>	
<i>Tutorial</i>	
<i>eP+ Nota</i>	

<b>3.2 Persamaan Serentak yang melibatkan Satu Persamaan Linear dan Satu Persamaan Tak Linear</b>	39
<i>Tutorial</i>	
<b>Praktis Sumatif 3</b>	42
<i>Aplikasi KBAT</i>	
<i>POT</i>	
	46
<b>BAB 4</b>	<b>Indeks, Surd dan Logaritma Indices, Surds and Logarithms</b>
	47
<b>PBD Formatif</b>	
4.1 Hukum Indeks	47
<i>Nota Pintas</i>	
<i>eP+ Nota</i>	
4.2 Hukum Surd	50
<i>Nota Pintas</i>	
<i>eP+ Nota</i>	
4.3 Hukum Logaritma	54
<i>Nota Pintas</i>	
<i>Tutorial</i>	
<i>eP+ Nota</i>	
4.4 Aplikasi Indeks, Surd dan Logaritma	59
<b>Praktis Sumatif 4</b>	60
<i>Aplikasi KBAT</i>	
<i>POT</i>	
	64
<b>BAB 5</b>	<b>Janjang Progressions</b>
	65
<b>PBD Formatif</b>	
5.1 Janjang Aritmetik	65
<i>Nota Pintas</i>	
<i>Tutorial</i>	
<i>i Info</i>	
5.2 Janjang Geometri	69
<i>Nota Pintas</i>	
<i>Video</i>	
<i>eP+ Nota</i>	
<b>Praktis Sumatif 5</b>	75
<i>Aplikasi KBAT</i>	
<i>POT</i>	
	79

<b>BAB</b>	<b>6</b>	<b>Hukum Linear Linear Law</b>	<b>80</b>
<b>PBD Formatif</b>			
6.1	Hubungan Linear dan Tak Linear	80	
	<i>Nota Pintas</i>		
6.2	Hukum Linear dan Hubungan Tak Linear	86	
	<i>Nota Pintas</i>		
6.3	Aplikasi Hukum Linear	90	
	<b>Praktis Sumatif 6</b>	93	
		96	

<b>BAB</b>	<b>7</b>	<b>Geometri Koordinat Coordinate Geometry</b>	<b>97</b>
<b>PBD Formatif</b>			
7.1	Pembahagi Tembereng Garis	97	
	<i>Nota Pintas</i>		
7.2	Garis Lurus Selari dan Garis Lurus Serenjang	100	
	<i>Nota Pintas</i>		
7.3	Luas Poligon	104	
	<i>Nota Pintas</i>		
7.4	Persamaan Lokus	107	
	<i>Nota Pintas</i>		
	<b>Praktis Sumatif 7</b>	111	
		116	

<b>BAB</b>	<b>8</b>	<b>Vektor Vectors</b>	<b>117</b>
<b>PBD Formatif</b>			
8.1	Vektor	117	
	<i>Nota Pintas</i>		
8.2	Penambahan dan Penolakan Vektor	119	
	<i>Nota Pintas</i>		
8.3	Vektor dalam Satah Cartes	122	
	<i>Nota Pintas</i>		
	<b>Praktis Sumatif 8</b>	125	
		131	

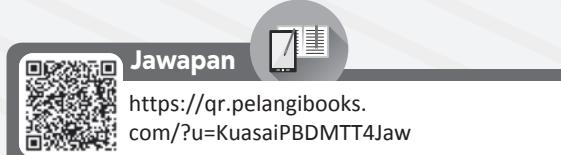
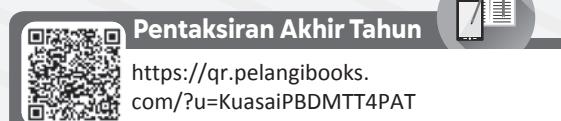
<b>BAB</b>	<b>9</b>	<b>Penyelesaian Segi Tiga Solution of Triangles</b>	<b>132</b>
------------	----------	---	------------

<b>PBD Formatif</b>			
9.1	Petua Sinus	132	
	<i>Nota Pintas</i>		
9.2	Petua Kosinus	135	
	<i>Nota Pintas</i>		
9.3	Luas Segi Tiga	139	
	<i>Nota Pintas</i>		
9.4	Aplikasi Petua Sinus, Petua Kosinus dan Luas Segi Tiga	141	
	<b>Praktis Sumatif 9</b>	144	
		147	

<b>BAB</b>	<b>10</b>	<b>Nombor Indeks Index Numbers</b>	<b>148</b>
------------	-----------	--	------------

<b>PBD Formatif</b>			
10.1	Nombor Indeks	148	
	<i>Nota Pintas</i>		
10.2	Indeks Gubahan	151	
	<i>Nota Pintas</i>		
	<b>Praktis Sumatif 10</b>	157	
		162	

<b>Kukuh Kemahiran</b>	<b>163</b>
------------------------	------------



# Rekod Pentaksiran Murid

## Matematik Tambahan

Tingkatan 4

Nama:

Tingkatan:

BAB	STANDARD PRESTASI		HALAMAN	PENCAPAIAN	
	TAHAP PENGUASAAN	TAFSIRAN		(✓) MENGUASAI	(✗) BELUM MENGUASAI
<b>1</b> <b>FUNGSI</b>	TP1	Mempamerkan pengetahuan asas tentang fungsi.	1, 2		
	TP2	Mempamerkan kefahaman tentang fungsi.	2, 7, 8		
	TP3	Mengaplikasikan kefahaman tentang fungsi untuk melaksanakan tugasan mudah.	3 – 6, 8, 9		
	TP4	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang fungsi dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang mudah.	6, 9		
	TP5	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang fungsi dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang kompleks.	6		
	TP6	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang fungsi dalam konteks penyelesaian masalah bukan rutin secara kreatif.	9		

Tahap Penguasaan Bab 1

TP 1  TP 2  TP 3  TP 4  TP 5  TP 6

<b>2</b> <b>FUNGSI KUADRATIK</b>	TP1	Mempamerkan pengetahuan asas tentang fungsi kuadratik.	20		
	TP2	Mempamerkan kefahaman tentang fungsi kuadratik.	17, 20		
	TP3	Mengaplikasikan kefahaman tentang fungsi kuadratik untuk melaksanakan tugasan mudah.	15, 16, 20, 22 – 24		
	TP4	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang fungsi kuadratik dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang mudah.	17 – 19, 25 – 27		
	TP5	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang fungsi kuadratik dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang kompleks.	22, 28		
	TP6	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang fungsi kuadratik dalam konteks penyelesaian masalah bukan rutin secara kreatif.	28, 29		

Tahap Penguasaan Bab 2

TP 1  TP 2  TP 3  TP 4  TP 5  TP 6

<b>3</b> <b>SISTEM PERSAMAAN</b>	TP1	Mempamerkan pengetahuan asas tentang sistem persamaan.	34		
	TP2	Mempamerkan kefahaman tentang penyelesaian sistem persamaan.	34		
	TP3	Mengaplikasikan kefahaman tentang sistem persamaan untuk melaksanakan tugasan mudah.	35 – 37, 39		
	TP4	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang sistem persamaan dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang mudah.	37, 40		
	TP5	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang sistem persamaan dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang kompleks.	38, 41		
	TP6	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang sistem persamaan dalam konteks penyelesaian masalah bukan rutin secara kreatif.	41		

Tahap Penguasaan Bab 3

TP 1  TP 2  TP 3  TP 4  TP 5  TP 6

BAB	STANDARD PRESTASI		HALAMAN	PENCAPAIAN	
	TAHAP PENGUASAAN	TAFSIRAN		(✓) MENGUASAI	(✗) BELUM MENGUASAI
<b>4</b> <b>INDEKS, SURD DAN LOGARITMA</b>	<b>TP1</b>	Mempamerkan pengetahuan asas tentang indeks, surd dan logaritma.	47, 50, 54, 55		
	<b>TP2</b>	Mempamerkan kefahaman tentang indeks, surd dan logaritma.	48, 51, 52, 54 – 57		
	<b>TP3</b>	Mengaplikasikan kefahaman tentang indeks, surd dan logaritma untuk melaksanakan tugasan mudah.	49, 53, 57		
	<b>TP4</b>	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang indeks, surd dan logaritma dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang mudah.	49, 53, 58		
	<b>TP5</b>	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang indeks dan logaritma dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang kompleks.	59		
	<b>TP6</b>	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang indeks dan logaritma dalam konteks penyelesaian masalah bukan rutin secara kreatif.	59		

**Tahap Penguasaan Bab 4**

TP 1  TP 2  TP 3  TP 4  TP 5  TP 6

<b>5</b> <b>JANJANG</b>	<b>TP1</b>	Mempamerkan pengetahuan asas tentang janjang.	65, 69		
	<b>TP2</b>	Mempamerkan kefahaman tentang janjang aritmetik dan janjang geometri.	65, 69		
	<b>TP3</b>	Mengaplikasikan kefahaman tentang janjang aritmetik dan janjang geometri untuk melaksanakan tugasan mudah.	66, 70 – 72		
	<b>TP4</b>	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang janjang aritmetik dan janjang geometri dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang mudah.	67, 72, 73		
	<b>TP5</b>	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang janjang aritmetik dan janjang geometri dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang kompleks.	68, 73		
	<b>TP6</b>	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang janjang aritmetik dan janjang geometri dalam konteks penyelesaian masalah bukan rutin secara kreatif.	74		

**Tahap Penguasaan Bab 5**

TP 1  TP 2  TP 3  TP 4  TP 5  TP 6

<b>6</b> <b>HUKUM LINEAR</b>	<b>TP1</b>	Mempamerkan pengetahuan asas tentang garis lurus penyuaiannya terbaik.	80		
	<b>TP2</b>	Mempamerkan kefahaman tentang garis lurus penyuaiannya terbaik.	86		
	<b>TP3</b>	Mengaplikasikan kefahaman tentang hukum linear untuk melaksanakan tugasan mudah.	81		
	<b>TP4</b>	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang hukum linear dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang mudah.	81 – 85, 87 – 89		
	<b>TP5</b>	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang hukum linear dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang kompleks.	89, 90		
	<b>TP6</b>	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang hukum linear dalam konteks penyelesaian masalah bukan rutin secara kreatif.	91, 92		

**Tahap Penguasaan Bab 6**

TP 1  TP 2  TP 3  TP 4  TP 5  TP 6

<b>7</b> <b>GEOMETRI KOORDINAT</b>	<b>TP1</b>	Mempamerkan pengetahuan asas tentang pembahagi tembereng garis.	97, 104		
	<b>TP2</b>	Mempamerkan kefahaman tentang pembahagi tembereng garis.	97, 100, 104		
	<b>TP3</b>	Mengaplikasikan kefahaman tentang geometri koordinat untuk melaksanakan tugasan mudah.	98, 100, 101, 104, 105, 107		

BAB	STANDARD PRESTASI		HALAMAN	PENCAPAIAN	
	TAHAP PENGUASAAN	TAFSIRAN		(✓) MENGUASAI	(✗) BELUM MENGUASAI
<b>7</b> GEOMETRI	TP4	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang geometri koordinat dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang mudah.	99, 102, 106, 108		
	TP5	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang geometri koordinat dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang kompleks.	99, 102, 106, 109, 110		
	TP6	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang geometri koordinat dalam konteks penyelesaian masalah bukan rutin secara kreatif.	103, 110		

**Tahap Penguasaan Bab 7**

TP 1  TP 2  TP 3  TP 4  TP 5  TP 6

<b>8</b> VEKTOR	TP1	Mempamerkan pengetahuan asas tentang vektor.	117, 118		
	TP2	Mempamerkan kefahaman tentang vektor.	117, 118, 122		
	TP3	Mengaplikasikan kefahaman tentang vektor untuk melaksanakan tugasan mudah.	118, 119, 122, 123		
	TP4	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang vektor dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang mudah.	119, 120, 124		
	TP5	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang vektor dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang kompleks.	121, 124		
	TP6	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang vektor dalam konteks penyelesaian masalah bukan rutin secara kreatif.	121, 124		

**Tahap Penguasaan Bab 8**

TP 1  TP 2  TP 3  TP 4  TP 5  TP 6

<b>9</b> PENYELESAIAN SEGI TIGA	TP1	Mempamerkan pengetahuan asas tentang petua sinus dan petua kosinus.	132, 135		
	TP2	Mempamerkan kefahaman tentang petua sinus dan petua kosinus.	132		
	TP3	Mengaplikasikan kefahaman tentang petua sinus, petua kosinus dan luas segi tiga untuk melaksanakan tugasan mudah.	133, 136, 139, 140		
	TP4	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang penyelesaian segi tiga dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang mudah.	133, 134, 137, 140 – 142		
	TP5	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang penyelesaian segi tiga dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang kompleks.	134, 138, 142, 143		
	TP6	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang penyelesaian segi tiga dalam konteks penyelesaian masalah bukan rutin secara kreatif.	138, 143		

**Tahap Penguasaan Bab 9**

TP 1  TP 2  TP 3  TP 4  TP 5  TP 6

<b>10</b> NOMBOR INDEKS	TP1	Mempamerkan pengetahuan asas tentang nombor indeks.	148		
	TP2	Mempamerkan kefahaman tentang nombor indeks.	148		
	TP3	Mengaplikasikan kefahaman tentang nombor indeks untuk melaksanakan tugasan mudah.	149		
	TP4	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang nombor indeks dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang mudah.	149 – 153		
	TP5	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang nombor indeks dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang kompleks.	154		
	TP6	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang nombor indeks dalam konteks penyelesaian masalah bukan rutin secara kreatif.	150, 155, 156		

**Tahap Penguasaan Bab 10**

TP 1  TP 2  TP 3  TP 4  TP 5  TP 6

### KUASAI Nota Pintas

## 1. Bentuk am persamaan kuadratik

*General form of a quadratic equation*

$$ax^2 + bx + c = 0$$

dengan keadaan  $a, b$  dan  $c$  ialah pemalar dan  $a \neq 0$ .  
*where  $a, b$  and  $c$  are constants and  $a \neq 0$ .*2. Penyelesaian atau punca-punca bagi persamaan kuadratik boleh diperoleh dengan menggunakan *The solutions or roots of quadratic equation can be obtained by using*

- (a) penyempurnaan kuasa dua / *completing the square*
- (b) kaedah rumus / *formula method*

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

3. Persamaan kuadratik dengan punca-punca  $\alpha$  dan  $\beta$ *Quadratic equation with roots  $\alpha$  and  $\beta$* 

$$x^2 - (\text{hasil tambah punca})x + (\text{hasil darab punca}) = 0$$

$$x^2 - (\text{sum of roots})x + (\text{product of roots}) = 0$$

dengan keadaan / *where*

$$\text{hasil tambah punca} / \text{sum of roots} = \alpha + \beta = -\frac{b}{a}$$

$$\text{hasil darab punca} / \text{product of roots} = \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

## 4. Ketaksamaan kuadratik boleh diselesaikan menggunakan kaedah

*Quadratic inequality can be solved using methods of*

- (a) lakaran graf  
*graph sketching*
- (b) garis nombor  
*number line*
- (c) jadual  
*table*

## 5. Bagi persamaan kuadratik dalam bentuk

$$(x - a)(x - b) = 0$$
, dengan  $a < b$ ,

*For quadratic equation in the form of  $(x - a)(x - b) = 0$ , where  $a < b$ ,*

- (a) jika / if  
 $(x - a)(x - b) > 0$ ,  
maka / then  
 $x < a$  atau / or  $x > b$
- (b) jika / if  
 $(x - a)(x - b) < 0$ ,  
maka / then  
 $a < x < b$

SP 2.1.1 Menyelesaikan persamaan kuadratik menggunakan kaedah penyempurnaan kuasa dua dan rumus.

1. Selesaikan setiap persamaan kuadratik berikut dengan menggunakan kaedah penyempurnaan kuasa dua.  
*Solve each of the following quadratic equations by using completing the square method.* TP 3

## &gt;&gt;Contoh

$$\begin{aligned} x^2 - 6x + 9 = 0 \\ x^2 - 6x + \left(\frac{-6}{2}\right)^2 - \left(\frac{-6}{2}\right)^2 + 9 = 0 \\ x^2 - 6x + (-3)^2 - 9 + 9 = 0 \\ (x - 3)^2 = 0 \\ x - 3 = 0 \\ x = 3 \end{aligned}$$

Tambah dan tolak sebutan  $\left(\frac{\text{pekalik } x}{2}\right)^2$ .  
*Add and subtract term  $\left(\frac{\text{coefficient of } x}{2}\right)^2$ .*

$(x + a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$



## Video Tutorial



Kaedah penyempurnaan  
kuasa dua  
*Completing the square  
method*

(a)  $x^2 + 6x - 2 = 0$

$$\begin{aligned} x^2 + 6x + \left(\frac{6}{2}\right)^2 - \left(\frac{6}{2}\right)^2 - 2 = 0 \\ (x + 3)^2 - 9 - 2 = 0 \\ (x + 3)^2 = 11 \\ x + 3 = \pm\sqrt{11} \\ x = 0.317, -6.317 \end{aligned}$$

(b)  $-x^2 - 4x + 3 = 0$

$$\begin{aligned} x^2 + 4x - 3 = 0 \\ x^2 + 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2 - 3 = 0 \\ (x + 2)^2 - 4 - 3 = 0 \\ (x + 2)^2 = 7 \\ x + 2 = \pm\sqrt{7} \\ x = 0.646, -4.646 \end{aligned}$$

SP 2.1.1

(c)  $2x^2 - 5x - 2 = 0$

$$\begin{aligned} x^2 - \frac{5}{2}x - 1 &= 0 \\ x^2 - \frac{5}{2}x + \left(-\frac{5}{4}\right)^2 - \left(-\frac{5}{4}\right)^2 - 1 &= 0 \\ \left(x - \frac{5}{4}\right)^2 &= \frac{41}{16} \\ x - \frac{5}{4} &= \pm \sqrt{\frac{41}{16}} \\ x &= 2.851, -0.351 \end{aligned}$$

(d)  $2x^2 + 8x - 5 = 0$

$$\begin{aligned} x^2 + 4x - \frac{5}{2} &= 0 \\ x^2 + 4x + 2^2 - 2^2 - \frac{5}{2} &= 0 \\ (x + 2)^2 &= \frac{13}{2} \\ x + 2 &= \pm \sqrt{\frac{13}{2}} \\ x &= 0.550, -4.550 \end{aligned}$$

(e)  $3x^2 - 5x = 7$

$$\begin{aligned} x^2 - \frac{5}{3}x &= \frac{7}{3} \\ x^2 - \frac{5}{3}x + \left(-\frac{5}{6}\right)^2 - \left(-\frac{5}{6}\right)^2 &= \frac{7}{3} \\ \left(x - \frac{5}{6}\right)^2 &= \frac{7}{3} + \frac{25}{36} \\ x - \frac{5}{6} &= \pm \sqrt{\frac{109}{36}} \\ x &= 2.573, -0.907 \end{aligned}$$

(f)  $2x - 3x^2 = -9$

$$\begin{aligned} x^2 - \frac{2}{3}x &= 3 \\ x^2 - \frac{2}{3}x + \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - \left(-\frac{1}{3}\right)^2 &= 3 \\ \left(x - \frac{1}{3}\right)^2 &= 3 + \frac{1}{9} \\ x - \frac{1}{3} &= \pm \sqrt{\frac{28}{9}} \\ x &= 2.097, -1.431 \end{aligned}$$

2. Selesaikan setiap persamaan kuadratik berikut dengan menggunakan rumus. **TP 3**  
*Solve each of the following quadratic equations by using formula.*

**Tip Penting**

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

**>>Contoh**

5x<sup>2</sup> - 3x - 1 = 0

$$\begin{aligned} x &= \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4(5)(-1)}}{2(5)} \\ &= \frac{3 \pm \sqrt{29}}{10} \\ &= 0.839, -0.239 \end{aligned}$$

(a)  $x^2 + 3x - 5 = 0$

$$\begin{aligned} x &= \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 4(1)(-5)}}{2(1)} \\ &= \frac{-3 \pm \sqrt{29}}{2} \\ &= 1.193, -4.193 \end{aligned}$$

(b)  $4x^2 - 7x - 2 = 0$

$$\begin{aligned} x &= \frac{7 \pm \sqrt{49 - 4(4)(-2)}}{2(4)} \\ &= \frac{7 \pm \sqrt{81}}{8} \\ &= 2, -0.25 \end{aligned}$$

(c)  $5 - x - 2x^2 = 0$

$$\begin{aligned} x &= \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4(-2)(5)}}{2(-2)} \\ &= \frac{1 \pm \sqrt{41}}{-4} \\ &= -1.851, 1.351 \end{aligned}$$

(d)  $2x^2 + 4x - 3 = 0$

$$\begin{aligned} x &= \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 4(2)(-3)}}{2(2)} \\ &= \frac{-4 \pm \sqrt{40}}{4} \\ &= 0.581, -2.581 \end{aligned}$$

(e)  $2x^2 - 7x + 4 = 0$

$$\begin{aligned} x &= \frac{7 \pm \sqrt{49 - 4(2)(4)}}{2(2)} \\ &= \frac{7 \pm \sqrt{17}}{4} \\ &= 2.781, 0.719 \end{aligned}$$

(f)  $3x^2 = 6x - 2$

$$\begin{aligned} 3x^2 - 6x + 2 &= 0 \\ x &= \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4(3)(2)}}{2(3)} \\ &= \frac{6 \pm \sqrt{12}}{6} \\ &= 1.577, 0.423 \end{aligned}$$

(g)  $4x - 1 - x^2 = 0$

$$\begin{aligned} x &= \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 4(-1)(-1)}}{2(-1)} \\ &= \frac{-4 \pm \sqrt{12}}{-2} \\ &= 0.268, 3.732 \end{aligned}$$



Kalkulator

Semak jawapan

3. Selesaikan setiap yang berikut. **TP 4**

Solve each of the following.

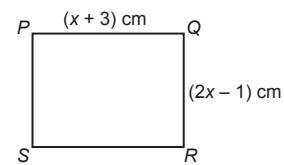
- (a) Rajah di sebelah menunjukkan segi empat tepat PQRS. Diberi luas PQRS ialah  $20 \text{ cm}^2$ , cari nilai  $x$ .

*The diagram shows a rectangle PQRS. Given that the area of PQRS is  $20 \text{ cm}^2$ , find the value of  $x$ .*

$$\begin{aligned}(2x - 1)(x + 3) &= 20 \\ 2x^2 + 5x - 23 &= 0 \\ x^2 + \frac{5}{2}x - \frac{23}{2} &= 0 \\ x^2 + \frac{5}{2}x + \left(\frac{5}{4}\right)^2 - \left(\frac{5}{4}\right)^2 - \frac{23}{2} &= 0 \\ \left(x + \frac{5}{4}\right)^2 &= \frac{209}{16}\end{aligned}$$

$$x + \frac{5}{4} = \pm \sqrt{\frac{209}{16}}$$

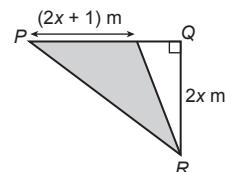
$$x = 2.364, -4.864$$

Maka, / Thus,  $x = 2.364$ 

- (b) Rajah di sebelah menunjukkan segi tiga PQR dengan luas kawasan berlorek ialah  $20 \text{ m}^2$ . Cari nilai  $x$ .

*The diagram shows a triangle PQR with the area of the shaded region is  $20 \text{ m}^2$ . Find the value of  $x$ .*

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}(2x)(2x + 1) &= 20 \\ 2x^2 + x - 20 &= 0 \\ x &= \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4(2)(-20)}}{2(2)} \\ &= \frac{-1 \pm \sqrt{161}}{4} \\ &= 2.922, -3.422\end{aligned}$$

Maka, / Thus,  $x = 2.922$ **SP 2.1.2** Membentuk persamaan kuadratik daripada punca-punca yang diberi.4. Bentukkan persamaan kuadratik dengan punca-punca yang diberikan. **TP 2**

Form a quadratic equation with the given roots.

**>> Contoh**

–3 dan / and 7

**Hasil tambah punca / Sum of roots**  
 $= -3 + 7 = 4$ **Hasil darab punca / Product of roots**  
 $= (-3)(7) = -21$ 

$\therefore x^2 - 4x - 21 = 0$

(a) 4 dan / and –6

**Hasil tambah punca / Sum of roots**  
 $= 4 + (-6) = -2$ **Hasil darab punca / Product of roots**  
 $= (4)(-6) = -24$ 

$\therefore x^2 + 2x - 24 = 0$

(b) –3 dan / and –5

**Hasil tambah punca / Sum of roots**  
 $= (-3) + (-5) = -8$ **Hasil darab punca / Product of roots**  
 $= (-3)(-5) = 15$ 

$\therefore x^2 + 8x + 15 = 0$

(c) –2 dan / and  $\frac{1}{3}$ **Hasil tambah punca / Sum of roots**  
 $= -2 + \frac{1}{3} = -\frac{5}{3}$ **Hasil darab punca / Product of roots**  
 $= (-2)\left(\frac{1}{3}\right) = -\frac{2}{3}$ 

$\therefore x^2 + \frac{5}{3}x - \frac{2}{3} = 0$

$3x^2 + 5x - 2 = 0$

(d)  $\frac{1}{2}$  dan / and  $\frac{2}{5}$ **Hasil tambah punca / Sum of roots**  
 $= \frac{1}{2} + \frac{2}{5} = \frac{9}{10}$ **Hasil darab punca / Product of roots**  
 $= \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{2}{5}\right) = \frac{1}{5}$ 

$\therefore x^2 - \frac{9}{10}x + \frac{1}{5} = 0$

$10x^2 - 9x + 2 = 0$

(e)  $\frac{1}{4}$  dan / and 2**Hasil tambah punca / Sum of roots**  
 $= \frac{1}{4} + 2 = \frac{9}{4}$ **Hasil darab punca / Product of roots**  
 $= \left(\frac{1}{4}\right)(2) = \frac{1}{2}$ 

$\therefore x^2 - \frac{9}{4}x + \frac{1}{2} = 0$

$4x^2 - 9x + 2 = 0$

**5.** Selesaikan setiap yang berikut. **TP 4**

Solve each of the following.

**>>Contoh**

Punca-punca persamaan kuadratik  $x^2 - 4x + 2 = 0$  ialah  $\alpha$  dan  $\beta$ , bentukkan persamaan kuadratik dengan punca-punca  $\alpha^2$  dan  $\beta^2$ .

The roots of quadratic equation  $x^2 - 4x + 2 = 0$  are  $\alpha$  and  $\beta$ , form a quadratic equation with the roots of  $\alpha^2$  and  $\beta^2$ .

$$a = 1, b = -4, c = 2$$

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{(-4)}{1} = 4$$

$$\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{2}{1} = 2$$

Hasil tambah punca / Sum of roots:

$$\begin{aligned}\alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \\ &= 4^2 - 2(2) \\ &= 12\end{aligned}$$

Hasil darab punca / Product of roots:

$$\begin{aligned}&= \alpha^2\beta^2 \\ &= (\alpha\beta)^2 \\ &= 2^2 \\ &= 4\end{aligned}$$

Persamaan kuadratik

Quadratic equation:

$$x^2 - 12x + 4 = 0$$

**Tip Penting**

- (i)  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- (ii)  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- (iii)  $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
- (iv)  $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$

- (a) Punca-punca persamaan kuadratik  $6x^2 + 2x - 1 = 0$  ialah  $\alpha$  dan  $\beta$ . Bentukkan persamaan kuadratik dengan punca-punca berikut.

The roots of quadratic equation  $6x^2 + 2x - 1 = 0$  are  $\alpha$  and  $\beta$ . Form a quadratic equation with the following roots.

(i)  $\frac{1}{\alpha}$  dan / and  $\frac{1}{\beta}$

$$a = 6, b = 2, c = -1$$

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{2}{6} = -\frac{1}{3}$$

$$\alpha\beta = \frac{c}{a} = -\frac{1}{6}$$

Hasil tambah punca:

Sum of roots:

$$\begin{aligned}\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} &= \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} \\ &= \frac{-\frac{1}{3}}{-\frac{1}{6}} \\ &= \frac{1}{2} \\ &= 2\end{aligned}$$

Hasil darab punca:

Product of roots:

$$\frac{1}{\alpha} \times \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\alpha\beta} = -6$$

$$\therefore x^2 - 2x - 6 = 0$$

(ii)  $2\alpha + 1$  dan / and  $2\beta + 1$

Hasil tambah punca:

Sum of roots:

$$\begin{aligned}(2\alpha + 1) + (2\beta + 1) &= 2(\alpha + \beta) + 2 \\ &= 2\left(-\frac{1}{3}\right) + 2 \\ &= \frac{4}{3}\end{aligned}$$

Hasil darab punca:

Product of roots:

$$\begin{aligned}(2\alpha + 1)(2\beta + 1) &= 4\alpha\beta + 2(\alpha + \beta) + 1 \\ &= 4\left(-\frac{1}{6}\right) + 2\left(-\frac{1}{3}\right) + 1 \\ &= -\frac{1}{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore x^2 - \frac{4}{3}x - \frac{1}{3} &= 0 \\ 3x^2 - 4x - 1 &= 0\end{aligned}$$

(iii)  $2\alpha^2$  dan / and  $2\beta^2$

Hasil tambah punca:

Sum of roots:

$$\begin{aligned}2\alpha^2 + 2\beta^2 &= 2(\alpha^2 + \beta^2) \\ &= 2[(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta] \\ &= 2\left[\left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 2\left(-\frac{1}{6}\right)\right] \\ &= \frac{8}{9}\end{aligned}$$

**Tip Penting**

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$$

Hasil darab punca:

Product of roots:

$$\begin{aligned}2\alpha^2(2\beta^2) &= 4(\alpha\beta)^2 \\ &= 4\left(-\frac{1}{6}\right)^2 \\ &= \frac{1}{9} \\ \therefore x^2 - \frac{8}{9}x + \frac{1}{9} &= 0 \\ 9x^2 - 8x + 1 &= 0\end{aligned}$$

SP 2.1.3 Menyelesaikan ketaksamaan kuadratik.

6. Tentukan julat nilai  $x$  yang memuaskan setiap ketaksamaan kuadratik berikut. **TP 4**  
*Determine the range of values of  $x$  that satisfies each of the following quadratic inequalities.*

**>>Contoh**

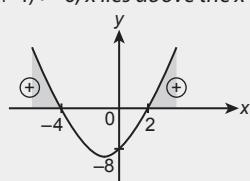
(i)  $(x - 2)(x + 4) \geq 0$

Menggunakan kaedah lakaran graf:

Using sketching graph method:

Apabila / When  $(x - 2)(x + 4) = 0$ ,

$x = 2, x = -4$

Oleh kerana  $(x - 2)(x + 4) \geq 0$ ,  $x$  berada di atas paksi-x.Since  $(x - 2)(x + 4) \geq 0$ ,  $x$  lies above the x-axis.Maka, julat bagi nilai  $x$  ialah  $x \leq -4$  atau  $x \geq 2$ .  
*Thus, the range of values of  $x$  is  $x \leq -4$  or  $x \geq 2$ .***ALTERNATIF**

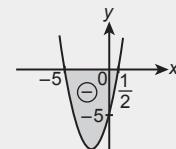
Menggunakan kaedah garis nombor dan jadual

Using methods of number line and table

(ii)  $(2x - 1)(x + 5) < 0$

Apabila / When  $(2x - 1)(x + 5) = 0$ ,

$x = \frac{1}{2}, x = -5$

Oleh kerana,  $(2x - 1)(x + 5) < 0$ ,  $x$  berada di bawah paksi-x.Since  $(2x - 1)(x + 5) < 0$ ,  $x$  lies below the x-axis.Maka, julat bagi nilai  $x$  ialah  $-5 < x < \frac{1}{2}$ .Thus, the range of values of  $x$  is  $-5 < x < \frac{1}{2}$ .**Tip Penting**Kewujudan "sama dengan" pada simbol ketaksamaan bagi julat  $x$  ditentukan mengikut ketaksamaan kuadratik yang diberikan.The existence of "equal to" in the inequality symbol for the range of  $x$  is determined according to the quadratic inequalities given.

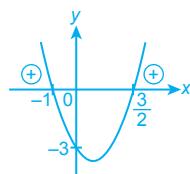
(a)  $2x^2 - x - 3 > 0$

$(2x - 3)(x + 1) > 0$

Apabila / When

$(2x - 3)(x + 1) = 0$

$x = \frac{3}{2}, x = -1$

Maka, julat bagi nilai  $x$  ialah  $x < -1$  atau  $x > \frac{3}{2}$ .Thus, the range of values of  $x$  is  $x < -1$  or  $x > \frac{3}{2}$ .

(b)  $x - 4x^2 \geq 0$

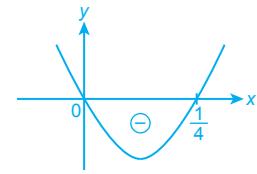
$4x^2 - x \leq 0$

$x(4x - 1) \leq 0$

Apabila / When

$x(4x - 1) = 0$

$x = 0, x = \frac{1}{4}$

Maka, julat bagi nilai  $x$  ialah  $0 \leq x \leq \frac{1}{4}$ .Thus, the range of values of  $x$  is  $0 \leq x \leq \frac{1}{4}$ .

(c)  $(2x - 3)(x - 1) \leq 3$

$2x^2 - 5x + 3 \leq 3$

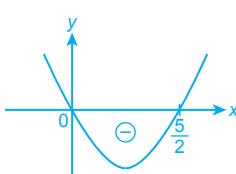
$2x^2 - 5x \leq 0$

$x(2x - 5) \leq 0$

Apabila / When

$x(2x - 5) = 0$

$x = 0, x = \frac{5}{2}$

Maka, julat bagi nilai  $x$  ialah  $0 \leq x \leq \frac{5}{2}$ .Thus, the range of values of  $x$  is  $0 \leq x \leq \frac{5}{2}$ .

(d)  $3x^2 - 7x - 5 \geq -2x - 3$

$3x^2 - 7x - 5 + 2x + 3 \geq 0$

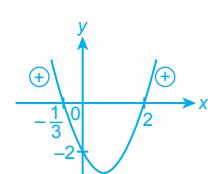
$3x^2 - 5x - 2 \geq 0$

$(3x + 1)(x - 2) \geq 0$

Apabila / When

$(3x + 1)(x - 2) = 0$

$x = -\frac{1}{3}, x = 2$

Maka, julat bagi nilai  $x$  ialah  $x \leq -\frac{1}{3}$  atau  $x \geq 2$ .Thus, the range of values of  $x$  is  $x \leq -\frac{1}{3}$  or  $x \geq 2$ .Cuba jawab **Praktis Sumatif 2, K2: S2**

SP 2.1.3

TAHAP PENGUASAAN

19

1 2 3 4 5 6


**KUASAI**  
**PBD**  
**FORMATIF**

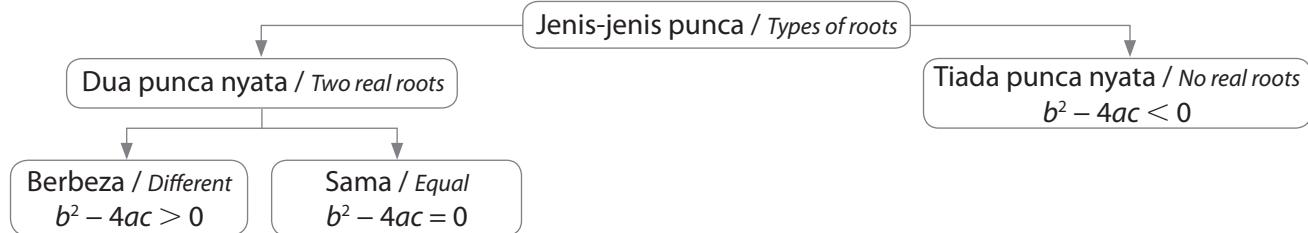
## 2.2 Jenis-jenis Punca Persamaan Kuadratik

*Types of Roots of Quadratic Equations*

**KUASAI** Nota Pintas

1. Jenis-jenis punca persamaan kuadratik ditentukan oleh nilai pembezalayan,  $b^2 - 4ac$ .

The types of roots of quadratic equations are determined by the value of discriminant,  $b^2 - 4ac$ .



**SP 2.2.1** Membuat perkaitan antara jenis-jenis punca persamaan kuadratik dan nilai pembezalayan.

7. Cari nilai pembezalayan dan tentukan jenis punca bagi setiap persamaan kuadratik berikut.

Find the discriminant and determine the type of roots of each of the following quadratic equations. **TP 1** **TP 2**

**>>Contoh**

$$x^2 = 3x - 1$$

$$x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$\begin{aligned} b^2 - 4ac &= (-3)^2 - 4(1)(1) \\ &= 5 > 0 \end{aligned}$$

Mempunyai dua punca nyata dan berbeza.

Has two real and different roots.

$$(a) \quad x^2 = 2(x - 5)$$

$$x^2 = 2x - 10$$

$$x^2 - 2x + 10 = 0$$

$$b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4(1)(10)$$

$$= -36 < 0$$

Tidak mempunyai punca nyata.

Has no real roots.

$$(b) \quad 9x^2 - 12x + 4 = 0$$

$$\begin{aligned} b^2 - 4ac &= (-12)^2 - 4(9)(4) \\ &= 0 \end{aligned}$$

Mempunyai dua punca nyata dan sama.

Has two equal real roots.



Punca-punca persamaan kuadratik  
*Roots of quadratic equation*

**SP 2.2.2** Menyelesaikan masalah yang melibatkan jenis-jenis punca dalam persamaan kuadratik.

8. Selesaikan setiap yang berikut. **TP 3**

Solve each of the following.

**>>Contoh**

Persamaan kuadratik  $kx^2 + kx + 3 = 0$ , dengan  $k$  ialah pemalar, mempunyai dua punca sama. Cari nilai-nilai yang mungkin bagi  $k$ .

The quadratic equation  $kx^2 + kx + 3 = 0$ , where  $k$  is a constant, has two equal roots. Find the possible values of  $k$ .

$$b^2 - 4ac = 0$$

$$k^2 - 4(k)(3) = 0$$

$$k^2 - 12k = 0$$

$$k(k - 12) = 0$$

$$k = 0, k = 12$$

(b) Persamaan kuadratik  $x(x + 1) = px - 4$ , dengan  $p$  ialah pemalar, mempunyai dua punca nyata dan berbeza. Cari julat bagi nilai  $p$ .

The quadratic equation  $x(x + 1) = px - 4$ , where  $p$  is a constant, has two real and different roots. Find the range of values of  $p$ .

$$\begin{aligned} x^2 + x &= px - 4 & b^2 - 4ac &> 0 \\ x^2 + x - px + 4 &= 0 & (1 - p)^2 - 4(1)(4) &> 0 \\ x^2 + (1 - p)x + 4 &= 0 & p^2 - 2p - 15 &> 0 \\ & \quad \begin{array}{c} + \\ - \\ + \end{array} & (p + 3)(p - 5) &> 0 \\ & \quad \begin{array}{c} -3 \\ | \\ 5 \end{array} & \therefore p < -3 \text{ atau } p > 5 & \end{aligned}$$

- (a) Persamaan kuadratik  $4x^2 + px = -p$ , dengan  $p$  ialah pemalar, tidak mempunyai punca yang nyata. Cari julat bagi  $p$ .

The quadratic equation  $4x^2 + px = -p$ , where  $p$  is a constant, has no real roots. Find the range of values of  $p$ .

$$4x^2 + px + p = 0$$

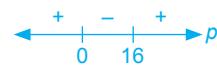
$$b^2 - 4ac < 0$$

$$p^2 - 4(4)(p) < 0$$

$$p^2 - 16p < 0$$

$$p(p - 16) < 0$$

$$\therefore 0 < p < 16$$



- (c) Persamaan kuadratik  $mx^2 + (1 + 2m)x + m - 1 = 0$ , dengan  $m$  ialah pemalar, mempunyai dua punca sama. Cari nilai  $m$ .

The quadratic equation  $mx^2 + (1 + 2m)x + m - 1 = 0$ , where  $m$  is a constant, has two equal roots. Find the value of  $m$ .

$$\begin{aligned} b^2 - 4ac &= 0 \\ (1 + 2m)^2 - 4(m)(m - 1) &= 0 \\ 1 + 4m + 4m^2 - 4m^2 + 4m &= 0 \\ 8m &= -1 \\ m &= -\frac{1}{8} \end{aligned}$$

## KUASAI Nota Pintas

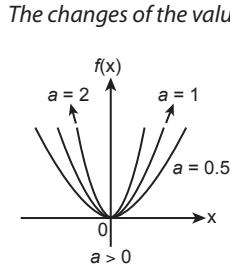


SIMULASI

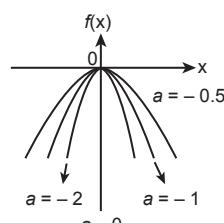
(Standard form, Vertex form)



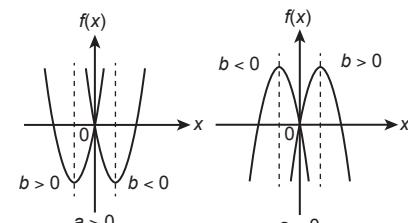
1. Perubahan nilai  $a$ ,  $b$  dan  $c$  terhadap bentuk dan posisi bagi graf  $f(x) = ax^2 + bx + c$ .



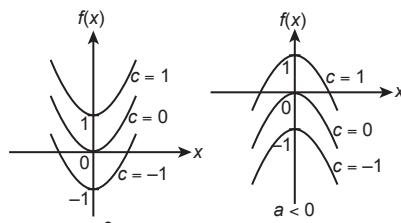
Perubahan nilai  $a$   
The changes in the value of  $a$



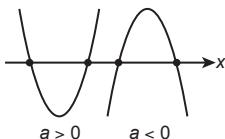
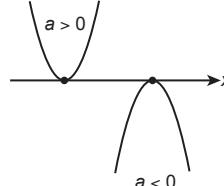
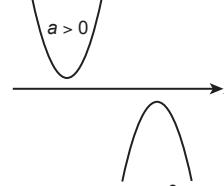
Perubahan nilai  $b$   
The changes in the value of  $b$



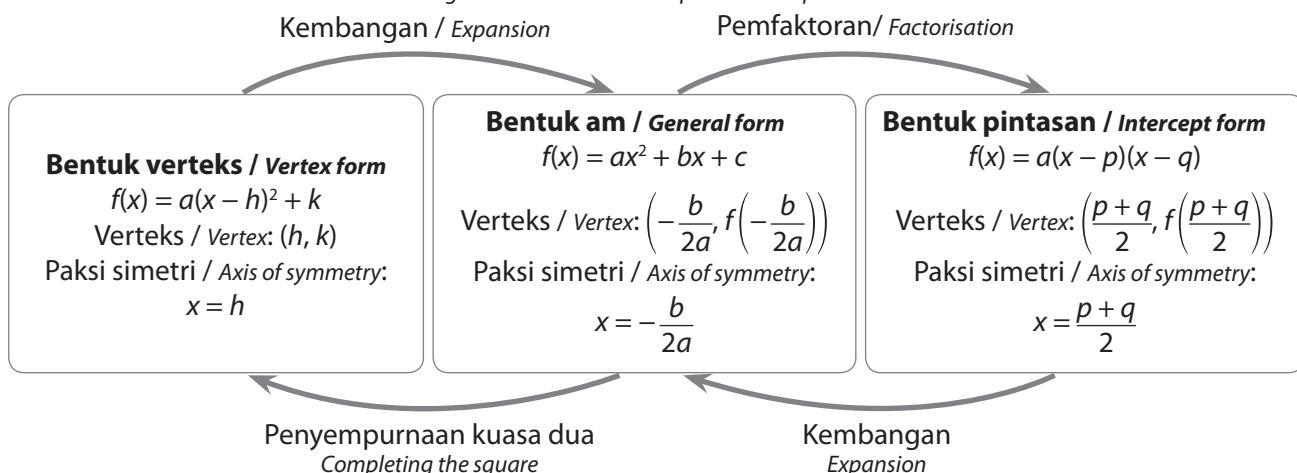
Perubahan nilai  $c$   
The changes in the value of  $c$



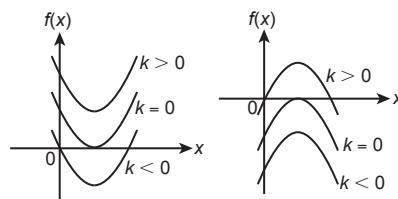
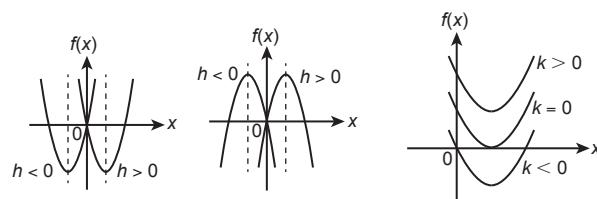
2. Perkaitan antara jenis-jenis punca dan posisi graf fungsi kuadratik  $f(x) = ax^2 + bx + c$ .  
The relation between the types of roots and the position of graph of quadratic function  $f(x) = ax^2 + bx + c$ .

Dua punca nyata dan berbeza Two real and different roots $b^2 - 4ac > 0$	Dua punca nyata dan sama Two real and equal roots $b^2 - 4ac = 0$	Tiada punca nyata No real roots $b^2 - 4ac < 0$
 Dua pintasan-x Two x-intercepts	 Satu pintasan-x One x-intercept	 Tiada pintasan-x No x-intercept

3. Perkaitan antara bentuk verteks dengan bentuk am dan bentuk pintasan bagi fungsi kuadratik.  
The relation between the vertex form with the general form and intercept form of a quadratic function.



4. Perubahan nilai  $h$  dan  $k$  terhadap bentuk dan posisi bagi graf  $f(x) = a(x - h)^2 + k$ .  
The changes of the values of  $h$  and  $k$  towards the shape and position of the graph  $f(x) = a(x - h)^2 + k$ .



SP 2.3.1 Menganalisis dan membuat generalisasi tentang kesan perubahan  $a$ ,  $b$  dan  $c$  dalam  $f(x) = ax^2 + bx + c$  terhadap bentuk dan kedudukan graf.9. Lakukan aktiviti berikut. **TP 5**

Carry out the following activity.

## AKTIVITI PAK-21

Penerokaan

- (a) Bahagikan murid kepada tiga kumpulan.  
Divide pupils into three groups.
- (b) Lakukan pencarian secara dalam talian untuk mendapatkan simulasi perubahan nilai  $a$ ,  $b$  dan  $c$  bagi fungsi kuadratik bentuk am dan kesannya terhadap graf.  
Carry out online search to obtain the simulation of changing the values of  $a$ ,  $b$  and  $c$  in general form of quadratic function and the effects on the graph.
- (c) Lakarkan setiap graf berikut menggunakan simulasi tersebut.  
Sketch each of the following graphs using the simulation.
- Kumpulan 1 / Group 1:  $f(x) = 3x^2$  dan / and  $f(x) = -3x^2$   
Kumpulan 2 / Group 2:  $f(x) = x^2$  dan / and  $f(x) = -x^2$   
Kumpulan 3 / Group 3:  $f(x) = x^2$  dan / and  $f(x) = -x^2$
- (d) Setiap ahli kumpulan mesti meneroka bentuk atau posisi graf mengikut perubahan-perubahan yang berikut. Lakarkan graf yang diperoleh pada paksi graf yang sama di (c).  
Each group member must explore the shape or position based on the following changes. Sketch the obtained graph on the same axes in (c).

Kumpulan 1 / Group 1	Kumpulan 2 / Group 2	Kumpulan 3 / Group 3
Bagi / For, $f(x) = 3x^2$	Bagi / For, $f(x) = x^2$	Bagi / For, $f(x) = x^2$
(i) $a = 2, a = 1$	(i) $b = 3, b = 5$	(i) $c = 2, c = 4$
(ii) $a = 4, a = 5$	(ii) $b = -3, b = -5$	(ii) $c = -2, c = -4$
Bagi / For, $f(x) = -3x^2$	Bagi / For, $f(x) = -x^2$	Bagi / For, $f(x) = -x^2$
(i) $a = -2, a = -1$	(i) $b = 4, b = 6$	(i) $c = 1, c = 3$
(ii) $a = -3, a = -4$	(ii) $b = -4, b = -6$	(ii) $c = -1, c = -3$

- (e) Buat kesimpulan berdasarkan hasil yang diperoleh dan tulis dalam buku latihan masing-masing. Kemudian, bentangkan hasil dapatan setiap kumpulan. Catatkan hasil kumpulan itu dan tulis dalam buku latihan masing-masing.

Make conclusions based on the results obtained and write in exercise book. Then, present the results of each group. Take note of the results of the group and write in exercise book.

SP 2.3.2 Menghubungkaitkan kedudukan graf fungsi kuadratik dengan jenis punca.

10. Nyatakan jenis punca setiap fungsi kuadratik berikut dan seterusnya, lakarkan dan tandakan punca tersebut. State the type of roots for each of the following quadratic functions and hence, sketch and mark the roots.
- TP 3**

## &gt;&gt;Contoh

$$f(x) = -x^2 + 5x + 9$$

$$b^2 - 4ac$$

$$= 5^2 - 4(-1)(9)$$

$$= 61 > 0$$

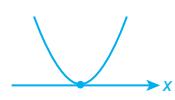
Dua punca nyata dan berbeza  
Two real and different roots

(a)  $f(x) = x^2 - 4x + 4$

$$b^2 - 4ac$$

$$= (-4)^2 - 4(1)(4)$$

$$= 0$$

Dua punca nyata dan sama  
Two real and equal roots

(b)  $f(x) = 8 - 3x - 4x^2$

$$b^2 - 4ac$$

$$= (-3)^2 - 4(-4)(8)$$

$$= 137 > 0$$

Dua punca nyata dan berbeza  
Two real and different roots

(c)  $2x^2 + 6x - 1 = 0$

$$b^2 - 4ac$$

$$= 6^2 - 4(2)(-1)$$

$$= 44 > 0$$

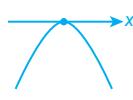
Dua punca nyata dan berbeza  
Two real and different roots

(d)  $-x^2 + 8x - 16 = 0$

$$b^2 - 4ac$$

$$= 8^2 - 4(-1)(-16)$$

$$= 0$$

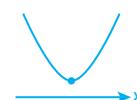
Dua punca nyata dan sama  
Two real and equal roots

(e)  $x^2 - x + 5 = 0$

$$b^2 - 4ac$$

$$= (-1)^2 - 4(1)(5)$$

$$= -19 < 0$$

Tiada punca nyata  
No real roots

11. Selesaikan bagi setiap yang berikut. **TP 3**

Solve each of the following.

## &gt;&gt;Contoh

Cari julat bagi nilai  $m$  jika graf fungsi kuadratik  $f(x) = (m+3)x^2 - mx + 1$  memotong paksi-x pada dua titik berbeza.

*Find the range of values of  $m$  if the quadratic function  $f(x) = (m+3)x^2 - mx + 1$  cuts the  $x$ -axis at two different points.*

Dua titik berbeza bermaksud dua punca nyata dan berbeza.

*Two different points means two real and different roots.*

$$\begin{aligned}b^2 - 4ac &> 0 \\(-m)^2 - 4(m+3)(1) &> 0 \\m^2 - 4m - 12 &> 0 \\(m-6)(m+2) &> 0 \\m < -2 \text{ atau / or } m > 6\end{aligned}$$

- (a) Cari nilai
- $p$
- jika graf fungsi kuadratik

$f(x) = x^2 + px - 2x + 9$  hanya menyentuh paksi-x pada satu titik sahaja.

*Find the values of  $p$  if the quadratic function*

$f(x) = x^2 + px - 2x + 9$  touches the  $x$ -axis at only one point.

$$x^2 + (p-2)x + 9 = 0$$

$$b^2 - 4ac = 0$$

$$(p-2)^2 - 4(1)(9) = 0$$

$$p^2 - 4p + 4 - 36 = 0$$

$$p^2 - 4p - 32 = 0$$

$$(p-8)(p+4) = 0$$

$$p = -4 \text{ atau / or } p = 8$$

- (b) Cari julat bagi nilai
- $q$
- jika graf fungsi kuadratik

$f(x) = qx^2 + 2x + q$  tidak memintas paksi-x.

*Find the range of values of  $q$  if the quadratic function*

$f(x) = qx^2 + 2x + q$  does not intersect the  $x$ -axis.

$$\begin{aligned}b^2 - 4ac &< 0 \\2^2 - 4q^2 &< 0 \\4q^2 &> 4 \\q^2 &> 1 \\q < -1 \text{ atau / or } q > 1\end{aligned}$$

- (c) Cari nilai
- $r$
- jika graf fungsi kuadratik

$f(x) = x^2 - (4+2r)x + (10r-1)$  hanya menyentuh paksi-x pada satu titik sahaja.

*Find the values of  $r$  if the quadratic function*

$f(x) = x^2 - (4+2r)x + (10r-1)$  touches the  $x$ -axis at only one point.

$$b^2 - 4ac = 0$$

$$[-(4+2r)]^2 - 4(1)(10r-1) = 0$$

$$16 + 16r + 4r^2 - 40r + 4 = 0$$

$$4r^2 - 24r + 20 = 0$$

$$r^2 - 6r + 5 = 0$$

$$(r-1)(r-5) = 0$$

$$r = 1 \text{ atau / or } r = 5$$

**SP 2.3.3** Membuat perkaitan antara bentuk verteks fungsi kuadratik,  $f(x) = a(x-h)^2 + k$  dengan bentuk fungsi kuadratik yang lain.

12. Lengkapkan jadual berikut. **TP 3**

Complete the following table.

Fungsi kuadratik Quadratic function	Pintasan-x $x$ -intercept	Pintasan-y $y$ -intercept	Verteks Vertex	Paksi simetri Axis of symmetry
(a) $f(x) = x^2 - 10x + 24$	4, 6	24	(5, -1)	$x = 5$
(b) $f(x) = 3 - x - 2x^2$	$-\frac{3}{2}, 1$	3	$(-\frac{1}{4}, \frac{25}{8})$	$x = -\frac{1}{4}$
(c) $f(x) = -2(x-1)(x+3)$	-3, 1	6	(-1, 8)	$x = -1$
(d) $f(x) = (x+4)(x-5)$	-4, 5	-20	$(\frac{1}{2}, -\frac{81}{4})$	$x = \frac{1}{2}$
(e) $f(x) = (x-1)^2 - 4$	-1, 3	-3	(1, -4)	$x = 1$
(f) $f(x) = -(x+4)^2 + 9$	-1, -7	-7	(-4, 9)	$x = -4$

## Tip Penting

(i)  $f(x) = ax^2 + bx + c$   
Verteks / Vertex:  
 $(-\frac{b}{2a}, f(-\frac{b}{2a}))$

Paksi simetri

Axis of symmetry:

$$x = -\frac{b}{2a}$$

(ii)  $f(x) = a(x-p)(x-q)$   
Verteks / Vertex:  
 $(\frac{p+q}{2}, f(\frac{p+q}{2}))$

Paksi simetri

Axis of symmetry:

$$x = \frac{p+q}{2}$$

(iii)  $f(x) = a(x-h)^2 + k$   
Verteks / Vertex:  $(h, k)$

Paksi simetri

Axis of symmetry:

$$x = h$$



13. Ungkapkan setiap fungsi kuadratik yang berikut dalam bentuk am dan bentuk pintasan. **TP 3**

Express each of the following quadratic functions in the general form and intercept form.

**>>Contoh****Tip Penting**

$$f(x) = 16 - (x + 3)^2$$

Bentuk pintasan / Intercept form  
 $f(x) = a(x - p)(x - q)$

$$f(x) = 16 - (x^2 + 6x + 9)$$

$= -x^2 - 6x + 7 \rightarrow$  Bentuk am / General form

$$= -(x^2 + 6x - 7)$$

$= -(x - 1)(x + 7) \rightarrow$  Bentuk pintasan / Intercept form

$$(b) f(x) = 2\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{49}{8}$$

$$f(x) = 2\left(x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{9}{16}\right) - \frac{49}{8}$$

$$= 2x^2 - 3x + \frac{9}{8} - \frac{49}{8}$$

$= 2x^2 - 3x - 5 \rightarrow$  Bentuk am / General form

$$= (2x - 5)(x + 1)$$

$= 2\left(x - \frac{5}{2}\right)(x + 1) \rightarrow$  Bentuk pintasan  
Intercept form

$$(a) f(x) = -(x + 1)^2 + 4$$

$$f(x) = -(x^2 + 2x + 1) + 4$$

$= -x^2 - 2x + 3 \rightarrow$  Bentuk am / General form

$$= -(x^2 + 2x - 3)$$

$= -(x - 1)(x + 3) \rightarrow$  Bentuk pintasan  
Intercept form

$$(c) f(x) = 3\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{27}{4}$$

$$f(x) = 3\left(x^2 - x + \frac{1}{4}\right) - \frac{27}{4}$$

$$= 3x^2 - 3x + \frac{3}{4} - \frac{27}{4}$$

$= 3x^2 - 3x - 6 \rightarrow$  Bentuk am / General form

$= 3(x + 1)(x - 2) \rightarrow$  Bentuk pintasan  
Intercept form

14. Ungkapkan setiap fungsi kuadratik yang berikut dalam bentuk verteks. Kemudian, nyatakan koordinat verteks dan paksi simetri graf fungsi itu. **TP 3**

Express each of the following quadratic functions in the vertex form. Hence, state the coordinates of vertex and axis of symmetry of the graph of the function.

**>>Contoh**

$$f(x) = (x + 5)(x - 7)$$

Tambah dan tolak  
Adding and subtracting  
 $\left(\frac{-2}{2}\right)^2 = (-1)^2$

$$f(x) = x^2 - 7x + 5x - 35$$

$$= x^2 - 2x - 35$$

$$= x^2 - 2x + (-1)^2 - (-1)^2 - 35$$

$$= (x - 1)^2 - 36$$

Verteks / Vertex: (1, -36)

Paksi simetri / Axis of symmetry:  $x = 1$

$$(a) f(x) = (x + 8)(x + 2)$$

$$f(x) = x^2 + 2x + 8x + 16$$

$$= x^2 + 10x + 16$$

$$= x^2 + 10x + 5^2 - 5^2 + 16$$

$$= (x + 5)^2 - 9$$

Verteks / Vertex: (-5, -9)

Paksi simetri / Axis of symmetry:  $x = -5$

$$(b) f(x) = 6 - 8x - x^2$$

$$f(x) = -(x^2 + 8x - 6)$$

$$= -(x^2 + 8x + 4^2 - 4^2 - 6)$$

$$= -(x + 4)^2 + 22$$

Verteks / Vertex: (-4, 22)

Paksi simetri / Axis of symmetry:  $x = -4$

$$(c) f(x) = 3x^2 - 18x + 4$$

$$f(x) = 3\left(x^2 - 6x + \frac{4}{3}\right)$$

$$= 3\left[x^2 - 6x + (-3)^2 - (-3)^2 + \frac{4}{3}\right]$$

$$= 3(x - 3)^2 - 23$$

Verteks / Vertex: (3, -23)

Paksi simetri / Axis of symmetry:  $x = 3$

$$(d) f(x) = (x + 2)^2 - 8x - 2$$

$$f(x) = x^2 + 4x + 4 - 8x - 2$$

$$= x^2 - 4x + 2$$

$$= x^2 - 4x + (-2)^2 - (-2)^2 + 2$$

$$= (x - 2)^2 - 2$$

Verteks / Vertex: (2, -2)

Paksi simetri / Axis of symmetry:  $x = 2$

$$(e) f(x) = 3 - 5x - 2x^2$$

$$f(x) = -2\left(x^2 + \frac{5}{2}x - \frac{3}{2}\right)$$

$$= -2\left[x^2 + \frac{5}{2}x + \left(\frac{5}{4}\right)^2 - \left(\frac{5}{4}\right)^2 - \frac{3}{2}\right]$$

$$= -2\left(x + \frac{5}{4}\right)^2 + \frac{49}{8}$$

Verteks / Vertex:  $\left(-\frac{5}{4}, \frac{49}{8}\right)$

Paksi simetri / Axis of symmetry:  $x = -\frac{5}{4}$

**Video Tutorial**

Bentuk-bentuk  
fungsi kuadratik  
Forms of quadratic  
function

Cuba jawab Praktis Sumatif 2, K1: S2



**SP 2.3.4** Menganalisis dan membuat generalisasi tentang kesan perubahan  $a$ ,  $h$  dan  $k$  dalam fungsi kuadratik  $f(x) = a(x - h)^2 + k$  terhadap bentuk dan kedudukan graf.

15. Lakarkan kesan perubahan pemboleh ubah  $a$ ,  $h$  dan  $k$  bagi graf fungsi kuadratik  $f(x) = a(x - h)^2 + k$ .

Sketch the effects of changes in variables  $a$ ,  $h$  and  $k$  of the quadratic function  $f(x) = a(x - h)^2 + k$ . **TP 4**

**>>Contoh**

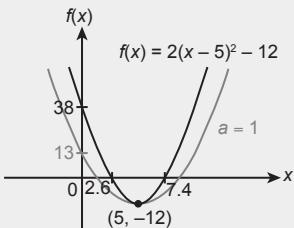
$$f(x) = 2(x - 5)^2 - 12$$

(i) Nilai  $a$  berubah kepada 1. / The value of  $a$  changes to 1.

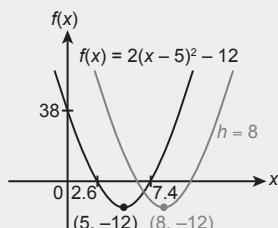
(ii) Nilai  $h$  berubah kepada 8. / The value of  $h$  changes to 8.

(iii) Nilai  $k$  berubah kepada 0. / The value of  $k$  changes to 0.

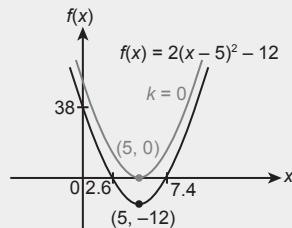
(i)



(ii)



(iii)



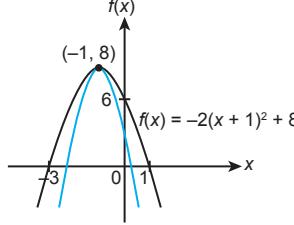
$$(a) f(x) = -2(x + 1)^2 + 8$$

(i) Nilai  $a$  berubah kepada -5. / The value of  $a$  changes to -5.

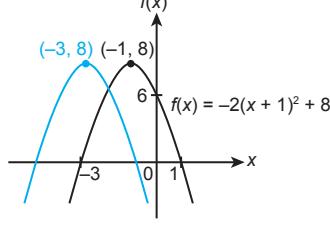
(ii) Nilai  $h$  berubah kepada -3. / The value of  $h$  changes to -3.

(iii) Nilai  $k$  berubah kepada 10. / The value of  $k$  changes to 10.

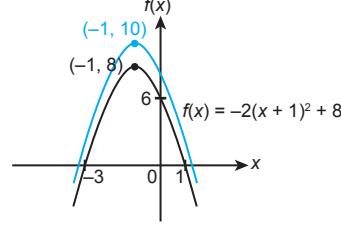
(i)



(ii)



(iii)



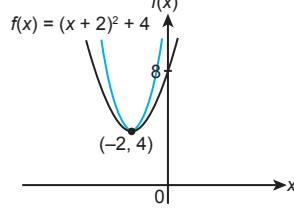
$$(b) f(x) = (x + 2)^2 + 4$$

(i) Nilai  $a$  berubah kepada 2. / The value of  $a$  changes to 2.

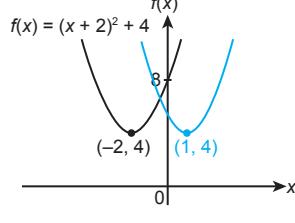
(ii) Nilai  $h$  berubah kepada 1. / The value of  $h$  changes to 1.

(iii) Nilai  $k$  berubah kepada 2. / The value of  $k$  changes to 2.

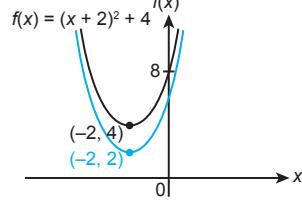
(i)



(ii)



(iii)



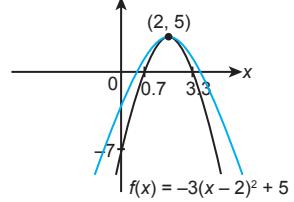
$$(c) f(x) = -3(x - 2)^2 + 5$$

(i) Nilai  $a$  berubah kepada -1. / The value of  $a$  changes to -1.

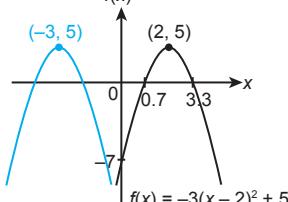
(ii) Nilai  $h$  berubah kepada -3. / The value of  $h$  changes to -3.

(iii) Nilai  $k$  berubah kepada -2. / The value of  $k$  changes to -2.

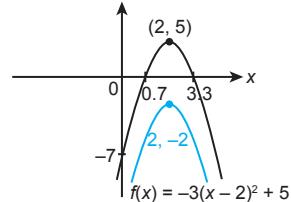
(i)



(ii)



(iii)





**SP 2.3.5** Melakarkan graf fungsi kuadratik.

- 16.** Lakarkan setiap fungsi kuadratik yang berikut. **[TP 4]**  
Sketch each of the following quadratic functions.

**>>Contoh**

$$f(x) = 4x^2 + 10x - 6$$

$a = 4 > 0$ , titik minimum  
*minimum point*

$$b^2 - 4ac = 10^2 - 4(4)(-6) \\ = 196 > 0$$

Pintasan-x pada dua titik berbeza  
*x-intercepts at two different points*

$$\begin{aligned} f(x) &= 4\left(x^2 + \frac{5}{2}x - \frac{3}{2}\right) \\ &= 4\left[x^2 + \frac{5}{2}x + \left(\frac{5}{4}\right)^2 - \left(\frac{5}{4}\right)^2 - \frac{3}{2}\right] \\ &= 4\left(x + \frac{5}{4}\right)^2 - \frac{49}{4} \end{aligned}$$

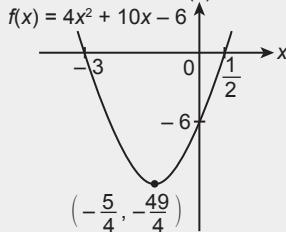
Titik minimum:  $\left(-\frac{5}{4}, -\frac{49}{4}\right)$   
*Minimum point*

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ 4x^2 + 10x - 6 &= 0 \\ (2x - 1)(x + 3) &= 0 \\ x = \frac{1}{2}, x = -3 \end{aligned}$$

$$f(0) = 4(0)^2 + 10(0) - 6 \\ = -6$$



Melakarkan graf fungsi kuadratik  
*Sketching the graph of quadratic function*



$$(b) f(x) = -(x - 2)(x + 4)$$

$a = -1 < 0$ , titik maksimum / *maximum point*

$$f(x) = -x^2 - 2x + 8$$

$$b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4(-1)(8) \\ = 36 > 0$$

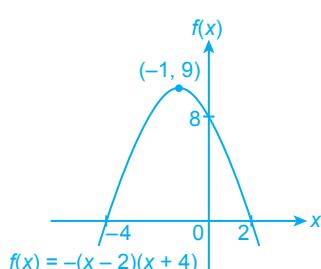
Pintasan-x pada dua titik berbeza  
*x-intercepts at two different points*

$$\begin{aligned} f(x) &= -(x^2 + 2x - 8) \\ &= -(x^2 + 2x + 1^2 - 1^2 - 8) \\ &= -(x + 1)^2 + 9 \end{aligned}$$

Titik maksimum / *Maximum point*:  $(-1, 9)$

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ -(x - 2)(x + 4) &= 0 \\ x = 2, x = -4 \end{aligned}$$

$$f(0) = -(0 - 2)(0 + 4) \\ = 8$$



$$(a) f(x) = 2x^2 + 8x + 11$$

$a = 2 > 0$ , titik minimum / *minimum point*

$$b^2 - 4ac = 8^2 - 4(2)(11) \\ = -24 < 0$$

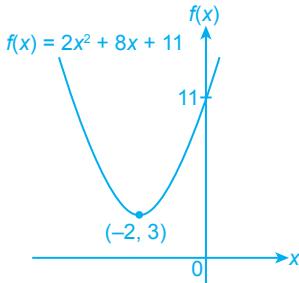
Tiada pintasan-x / *No x-intercept*

$$\begin{aligned} f(x) &= 2\left(x^2 + 4x + \frac{11}{2}\right) \\ &= 2\left(x^2 + 4x + 2^2 - 2^2 + \frac{11}{2}\right) \\ &= 2(x + 2)^2 + 3 \end{aligned}$$

Titik minimum:  $(-2, 3)$

*Minimum point*

$$\begin{aligned} f(0) &= 2(0)^2 + 8(0) + 11 \\ &= 11 \end{aligned}$$



$$(c) f(x) = 3 - (x + 1)^2$$

$a = -1 < 0$ ,

titik maksimum / *maximum point*  $(-1, 3)$

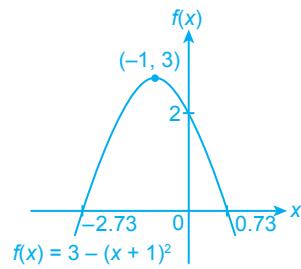
$$\begin{aligned} f(x) &= -x^2 - 2x + 2 \\ b^2 - 4ac &= (-2)^2 - 4(-1)(2) \\ &= 12 > 0 \end{aligned}$$

Pintasan-x pada dua titik berbeza  
*x-intercepts at two different points*

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{12}}{2(-1)}$$

= -2.73 atau / or 0.73

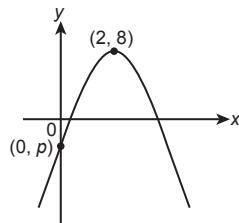
$$\begin{aligned} f(0) &= 3 - (0 + 1)^2 \\ &= 2 \end{aligned}$$



SP 2.3.6 Menyelesaikan masalah yang melibatkan fungsi kuadratik.

- 17.** Selesaikan setiap yang berikut.  
Solve each of the following.

- (a) Rajah di bawah menunjukkan fungsi kuadratik  $y = k - 3(x + h)^2$ , dengan keadaan  $h$  dan  $k$  ialah pemalar.  
The diagram below shows the graph of a quadratic function  $y = k - 3(x + h)^2$ , where  $h$  and  $k$  are constants. **TP 4**



Diberi titik maksimum bagi lengkung itu ialah  $(2, 8)$ . Cari nilai  $h$ ,  $k$  dan  $p$ .  
Given the maximum point of the curve is  $(2, 8)$ . Find the values of  $h$ ,  $k$  and  $p$ .

$$y = -3(x + h)^2 + k$$

Titik maksimum / Maximum point

$$(-h, k) = (2, 8)$$

$$h = -2, k = 8$$

$$p = -3h^2 + k$$

$$= -3(-2)^2 + 8$$

$$= -4$$

Maka, / Thus,

$$h = -2, k = 8, p = -4$$

$$y = k - 3(x + h)^2$$

$$= k - 3(x^2 + 2hx + h^2)$$

$$= k - 3x^2 - 6hx - 3h^2$$

$$= -3x^2 - 6hx - 3h^2 + k$$

- (b) Pada sambutan Hari Kemerdekaan, sebuah roket bunga api dilancarkan dari sebuah bukit di tepi laut. Roket itu akan jatuh ke laut setelah meletup pada ketinggian maksimumnya. Tinggi roket itu, dalam meter, pada masa  $t$  saat dari permukaan laut diberikan oleh fungsi  $g(t) = -16t^2 + 64t + 80$ . **TP 4**  
During Hari Kemerdekaan celebration, a firework rocket is launched from a hill beside a seaside. The rocket will fall to the sea after exploding at its maximum height. The height of the rocket, in metres, at  $t$  seconds above the surface of the sea is given by the function  $g(t) = -16t^2 + 64t + 80$ .

- (i) Nyatakan tinggi bukit itu.

State the height of the hill.

- (ii) Nyatakan tinggi dan masa roket itu meletup selepas dilancarkan.

State the height and time of the rocket explodes after launched.

- (iii) Berapa lamakah roket itu akan sampai di permukaan laut?

How long the rocket will take to reach the sea surface?

- (i) Apabila / When  $t = 0$

$$\begin{aligned} g(0) &= -16(0)^2 + 64(0) + 80 \\ &= 80 \end{aligned}$$

Maka, tinggi bukit itu ialah 80 m.

Thus, the height of the hill is 80 m.

- (iii) Apabila / When  $g(t) = 0$ ,

$$\begin{aligned} -16t^2 + 64t + 80 &= 0 \\ -16(t^2 - 4t - 5) &= 0 \\ -16(t + 1)(t - 5) &= 0 \end{aligned}$$

$$t = -1, t = 5$$

Maka, roket itu sampai di permukaan laut selepas 5 saat.

Thus, the rocket reaches the sea surface after 5 seconds.

- (ii)  $g(t) = -16t^2 + 64t + 80$

$$\begin{aligned} &= -16(t^2 - 4t - 5) \\ &= -16[t^2 - 4t + (-2)^2 - (-2)^2 - 5] \\ &= -16[(t - 2)^2 - 9] \\ &= -16(t - 2)^2 + 144 \end{aligned}$$

Titik maksimum =  $(2, 144)$

Maximum point

Maka, roket itu meletup pada tinggi 144 m selepas 2 saat dilancarkan.

Thus, the rocket explodes at the height of 144 m after 2 seconds launched.



- (c) Kadar, dalam mg per saat, bagi suatu bahan kimia bertindak balas dengan bahan kimia lain dapat dimodelkan dengan fungsi  $r = (t + 10)^2 - 2(t + 4)^2$ , dengan keadaan  $t$  mewakili masa, dalam saat, dari permulaan eksperimen. **TP 5**

The rate, in mg per second, of a chemical substance reacts with another chemical substance can be modelled with the function  $r = (t + 10)^2 - 2(t + 4)^2$ , where  $t$  represents the time, in seconds, from the beginning of the experiment.

- (i) Jika  $r = 40$ , tunjukkan bahawa  $t^2 - 4t - 28 = 0$ .  
If  $r = 40$ , show that  $t^2 - 4t - 28 = 0$ .

- (ii) Nyatakan jenis punca fungsi model ini.  
State the type of roots of the function for the model.

- (iii) Lakarkan graf  $r$  melawan  $t$ .  
Sketch the graph of  $r$  against  $t$ .

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad r &= (t + 10)^2 - 2(t + 4)^2 \\ &= t^2 + 20t + 100 - 2(t^2 + 8t + 16) \\ &= t^2 + 20t + 100 - 2t^2 - 16t - 32 \\ &= -t^2 + 4t + 68 \end{aligned}$$

Apabila / When  $r = 40$ ,

$$\begin{aligned} -t^2 + 4t + 68 &= 40 \\ t^2 - 4t - 28 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(ii)} \quad b^2 - 4ac &= 4^2 - 4(-1)(68) \\ &= 288 > 0 \end{aligned}$$

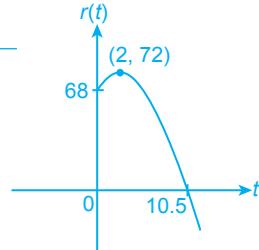
Fungsi model ini mempunyai dua punca nyata dan berbeza.

The function of the model has two real and different roots.

$$\begin{aligned} \text{(iii)} \quad r(t) &= -t^2 + 4t + 68 \\ &= -(t^2 - 4t - 68) \\ &= -(t^2 - 4t + (-2)^2 - (-2)^2 - 68) \\ &= -(t - 2)^2 + 72 \end{aligned}$$

Titik maksimum / Maximum point:  $(2, 72)$

$$\begin{aligned} r(t) &= 0 \\ -t^2 + 4t + 68 &= 0 \\ t &= \frac{4^2 - \sqrt{288}}{2(-1)} \\ t &= -6.5, 10.5 \end{aligned}$$



Cuba jawab Praktis Sumatif 2, K2: S3

- 18.** Rajah di sebelah menunjukkan satu segi empat tepat  $STUR$  terterap di dalam segi tiga bersudut tegak  $PQR$ .

The diagram shows a rectangle  $STUR$  inscribed in a right-angled triangle  $PQR$ .

**TP 6 (KBAT) Mengaplikasi**

- (a) Tunjukkan bahawa  $y = 5 - \frac{5}{12}x$ .

Show that  $y = 5 - \frac{5}{12}x$ .

- (b) Nyatakan nilai  $x$  dan nilai  $y$  dengan keadaan luasnya adalah maksimum.  
State the value of  $x$  and of  $y$  such that the area is maximum.

$$\text{(a)} \quad PS = 5 - y, UQ = 12 - x$$

Luas  $PST$  + luas  $STUR$  + luas  $TQU$  = luas  $PQR$   
Area of  $PST$  + area of  $STUR$  + area of  $TQU$  = area of  $PQR$

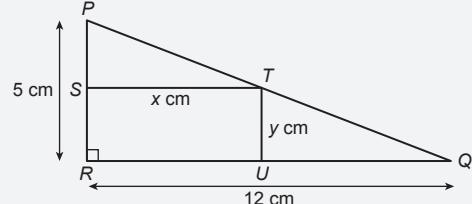
$$2\left[\frac{1}{2}(5-y)x + xy + \frac{1}{2}(y)(12-x)\right] = \frac{1}{2}(5)(12)$$

$$5x - xy + 2xy + 12y - xy = 60$$

$$5x + 12y = 60$$

$$12y = 60 - 5x$$

$$y = 5 - \frac{5}{12}x$$



- (b) Katakan  $A(x)$  ialah luas segi empat tepat.

Let  $A(x)$  is the area of the rectangle.

$$A(x) = xy$$

$$= x\left(5 - \frac{5}{12}x\right)$$

$$= 5x - \frac{5}{12}x^2$$

$$= -\frac{5}{12}(x^2 - 12x)$$

$$= -\frac{5}{12}[x^2 - 12x + (-6)^2 - (-6)^2]$$

$$= -\frac{5}{12}(x - 6)^2 + 15$$

Nilai  $x$  maksimum ialah 6.

The maximum value of  $x$  is 6.

$$y = 5 - \frac{5}{12}(6) = 2.5$$

Maka,  $x = 6$  dan  $y = 2.5$ .

Thus,  $x = 6$  and  $y = 2.5$ .



19. Lakukan projek STEM di bawah. **TP 6**  
*Carry out the STEM project below.*

## Projek STEM

Project-based learning

<b>Objektif aktiviti:</b> <i>Activity objective:</i>	Mengaplikasi fungsi dan graf kuadratik dalam kehidupan sebenar. <i>Applying quadratic function and the graph in real life.</i>
<b>Pernyataan masalah:</b> <i>Problem statement:</i>	Apakah model yang digunakan dalam suatu situasi/objek berbentuk parabola? <i>What is the model used in a situation/object that has a shape of parabola?</i>
<b>Pencarian fakta:</b> <i>Fact finding:</i>	Mencari fungsi kuadratik dan menganalisis ciri-ciri bentuk parabola yang terhasil. <i>Finding the quadratic equation and analysing the characteristics of the parabola formed.</i>
<b>Konsep yang diaplikasikan:</b> <i>Concept applied:</i>	Fungsi dan graf kuadratik. <i>Quadratic function and the graph.</i>
<b>Bahan yang diperlukan:</b> <i>Materials needed:</i>	Aplikasi mengukur jarak dalam telefon pintar, komputer dan perisian geometri dinamik. <i>Measuring distance application in smartphone, computer and dynamic geometric software.</i>
<b>Pelan tindakan / Action plan:</b>	
(a) Lakukan projek ini secara berkumpulan. <i>Carry out this project in groups.</i>	
(b) Cari tiga objek yang mempunyai bentuk parabola dalam persekitaran murid. <i>Find three objects that have parabola shape in pupils' surroundings.</i>	
(c) Ambil gambar objek tersebut dan dapatkan anggaran ukuran bentuk tersebut. Gunakan aplikasi mengukur dalam telefon pintar bagi objek yang besar dan jauh. <i>Take a picture of the object and get the estimated measurement of the shape. Use measuring application in smartphone for a large and far object.</i>	
(d) Suaikan gambar tersebut dalam perisian geometri dinamik dan gunakan skala yang sesuai. <i>Insert the picture in dynamic geometric software and use suitable scales.</i>	
(e) Analisis graf yang diperoleh dan bentukkan fungsi kuadratik bagi setiap objek itu. <i>Analyse the graph obtained and form a quadratic function for each object.</i>	
(f) Bentangkan hasil dapatan dalam kelas. <i>Present the finding in class.</i>	
<b>Penyelesaian:</b> <i>Solution:</i>	Model yang terbentuk ialah fungsi kuadratik berdasarkan situasi/objek yang diperoleh dalam kehidupan sebenar. <i>The model formed is a quadratic function based on the situation/object obtained in real life.</i>

# KUASAI SPM

## PRAKTIS SUMATIF 2



Praktis Ekstra Sumatif 2

### KERTAS 1

eP+

1. Diberi persamaan / Given the equation

$$(4m + 5)x^2 + (2m - 4)x - (m - 3) = 0$$

Cari nilai  $m$  jika

Find the value of  $m$  if

- (a) salah satu punca adalah nilai negatif punca yang satu lagi, **SP 2.1.2**

one of the roots is the negative value of the other root,

[2 markah / 2 marks]

- (b) salah satu punca adalah salingan punca yang satu lagi. **SP 2.1.2**

one of the roots is the reciprocal of the other root.

[2 markah / 2 marks]

Jawapan / Answer:

- (a) Punca-punca / Roots:  $\alpha, -\alpha$

$$a = 4m + 5, b = 2m - 4, c = -m + 3$$

$$SOR = -\frac{b}{a}$$

$$\alpha + (-\alpha) = -\frac{2m - 4}{4m + 5}$$

$$0 = -\frac{2m - 4}{4m + 5}$$

$$0 = -2m + 4$$

$$2m = 4$$

$$m = 2$$

- (b) Punca-punca / Roots:  $\alpha, \frac{1}{\alpha}$

$$a = 4m + 5, b = 2m - 4, c = -m + 3$$

$$POR = \frac{c}{a}$$

$$\alpha \left(\frac{1}{\alpha}\right) = \frac{-m + 3}{4m + 5}$$

$$1 = \frac{-m + 3}{4m + 5}$$

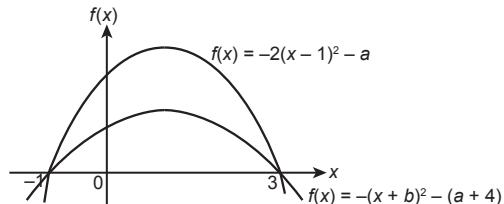
$$4m + 5 = -m + 3$$

$$5m = -2$$

$$m = -\frac{2}{5}$$

2. Rajah di bawah menunjukkan lengkung  $f(x) = -2(x - 1)^2 - a$  dan  $f(x) = -(x + b)^2 - (a + 4)$  dengan keadaan  $a$  dan  $b$  ialah pemalar. Kedua-dua lengkung itu menyilang paksi-x pada  $x = -1$  dan  $x = 3$ . **SP 2.3.3**

The diagram below shows the curves  $f(x) = -2(x - 1)^2 - a$  and  $f(x) = -(x + b)^2 - (a + 4)$ , where  $a$  and  $b$  are constants. Both curves intercept the  $x$ -axis at  $x = -1$  and  $x = 3$ .



Cari / Find

- (a) nilai  $a$  dan nilai  $b$ ,  
the value of  $a$  and of  $b$ ,

[3 markah / 3 marks]

- (b) titik maksimum bagi setiap lengkung itu.  
the maximum point of each curve.

[2 markah / 2 marks]

Jawapan / Answer:

- (a) Menggunakan / Using  $(-1, 0)$

$$y = -2(x - 1)^2 - a$$

$$0 = -2(-1 - 1)^2 - a$$

$$0 = -2(-2)^2 - a$$

$$0 = -8 - a$$

$$a = -8$$

$$y = -(x + b)^2 - (a + 4)$$

$$0 = -(-1 + b)^2 - (-8 + 4)$$

$$0 = -(-1 + b)^2 + 4$$

$$(b - 1)^2 = 4$$

$$b - 1 = \pm 2$$

$$b = 3, b = -1$$

Maka, / Thus,  $a = -8, b = -1$

- (b)  $y = -2(x - 1)^2 - (-8)$

$$y = -2(x - 1)^2 + 8$$

Titik maksimum / Maximum point =  $(1, 8)$

$$y = -(x + b)^2 - (a + 4)$$

$$y = -(x - 1)^2 - (-8 + 4)$$

$$y = -(x - 1)^2 + 4$$

Titik maksimum / Maximum point =  $(1, 4)$



3. Diberi  $f(x) = -8 + hx - x^2 = 1 - (x - k)^2$  dengan keadaan  $h$  dan  $k$  ialah pemalar.

*Given  $f(x) = -8 + hx - x^2 = 1 - (x - k)^2$  where  $h$  and  $k$  are constants.*

- (a) Cari nilai  $h$  dan nilai  $k$  jika  $h > 0$  dan  $k > 0$ .  
*Find the value of  $h$  and of  $k$  if  $h > 0$  and  $k > 0$ .* [SP 2.3.3] [4 markah / 4 marks]
- (b) Nyatakan titik maksimum bagi fungsi kuadratik itu. [SP 2.3.3]  
*State the maximum point of the quadratic function.* [1 markah / 1 mark]
- (c) Cari julat nilai  $x$  dengan keadaan  $f(x)$  bernilai positif. [SP 2.1.3]  
*Find the range of values for  $x$  such that  $f(x)$  is positive.* [3 markah / 3 marks]

Jawapan / Answer:

$$\begin{aligned} (a) \quad f(x) &= -8 + hx - x^2 \\ &= -x^2 + hx - 8 \\ &= -(x^2 - hx) - 8 \\ &= -\left[x^2 - hx + \left(\frac{-h}{2}\right)^2 - \left(\frac{-h}{2}\right)^2\right] - 8 \\ &= -\left[\left(x - \frac{h}{2}\right)^2 - \frac{h^2}{4}\right] - 8 \\ f(x) &= -\left(x - \frac{h}{2}\right)^2 + \frac{h^2}{4} - 8 \end{aligned}$$

Bandingkan dengan / Compare with

$$f(x) = -(x - k)^2 + 1$$

$$\frac{h^2}{4} - 8 = 1$$

$$h^2 = 36$$

$$h = \pm 6$$

$h > 0$ , maka / thus  $h = 6$

$$\frac{h}{2} = k$$

$$k = \frac{6}{2}$$

$$k = 3$$

$$\therefore h = 6, k = 3$$

$$(b) \quad f(x) = -(x - k)^2 + 1$$

$$f(x) = -(x - 3)^2 + 1$$

Titik maksimum / Maximum point = (3, 1)

$$(c) \quad f(x) = -x^2 + 6x - 8$$

$$f(x) > 0$$

$$-x^2 + 6x - 8 > 0$$

$$x^2 - 6x + 8 < 0$$

$$(x - 2)(x - 4) < 0$$

But / Let  $(x - 2)(x - 4) = 0$

$$x = 2 \text{ atau } x = 4$$



$$\therefore 2 < x < 4$$

4. (a) Cari julat nilai  $x$  bagi  $12 + x - x^2 > 0$ . [SP 2.1.3]

*Find the range of values of  $x$  for  $12 + x - x^2 > 0$ .*

[2 markah / 2 marks]

- (b) Punca persamaan  $x^2 + (r - 8)x + 1 - s = 0$  ialah  $\alpha$  dan  $\beta$  dengan  $r$  dan  $s$  ialah pemalar.  
*The roots for equation  $x^2 + (r - 8)x + 1 - s = 0$  are  $\alpha$  and  $\beta$  where  $r$  and  $s$  are constants.* [SP 2.1.2]

- (i) Ungkapkan hasil tambah punca dan hasil darab punca dalam sebutan  $r$  dan/atau  $s$ .  
*Express the sum of roots and the product of roots in terms of  $r$  and/or  $s$ .*

- (ii) Persamaan kuadratik  $x^2 - (p - 2)x - p = 0$  dengan  $p$  ialah pemalar, mempunyai punca-punca  $\frac{1}{\alpha}$  dan  $\frac{1}{\beta}$ . Ungkapkan  $r$  dalam sebutan  $s$ .  
*The quadratic equation  $x^2 - (p - 2)x - p = 0$  where  $p$  is a constant, has roots  $\frac{1}{\alpha}$  and  $\frac{1}{\beta}$ . Express  $r$  in terms of  $s$ .*

[5 markah / 5 marks]

Jawapan / Answer:

$$(a) \quad 12 + x - x^2 > 0$$

$$x^2 - x - 12 < 0$$

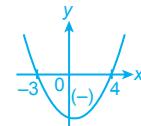
$$(x - 4)(x + 3) < 0$$

Apabila / When

$$(x - 4)(x + 3) = 0,$$

$$x = 4, x = -3$$

Maka, / Thus,  $-3 < x < 4$



- (b) (i) Hasil tambah punca / Sum of roots  
 $\alpha + \beta = -(r - 8) = 8 - r$

Hasil darab punca / Product of roots  
 $\alpha\beta = 1 - s$

$$(ii) \quad \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = p - 2$$

$$\frac{\beta + \alpha}{\alpha\beta} = p - 2$$

$$\frac{8 - r}{1 - s} = p - 2$$

$$p = \frac{8 - r}{1 - s} + 2$$

$$\left(\frac{1}{\alpha}\right)\left(\frac{1}{\beta}\right) = -p$$

$$\frac{1}{\alpha\beta} = -p$$

$$\frac{1}{1 - s} = -p$$

$$p = -\frac{1}{1 - s}$$

$$\frac{8 - r}{1 - s} + 2 = -\frac{1}{1 - s}$$

$$8 - r + 2(1 - s) = -1$$

$$8 - r + 2 - 2s = -1$$

$$r = 11 - 2s$$



5. (a) Persamaan kuadratik

$px^2 + 4(p+q)x + 4p + r = 0$  mempunyai dua punca nyata yang sama. Ungkapkan  $p$  dalam sebutan  $q$  dan  $r$ . **SP 2.2.2**

The quadratic equation  $px^2 + 4(p+q)x + 4p + r = 0$  has two real and equal roots. Express  $p$  in terms of  $q$  and  $r$ .

[3 markah / 3 marks]

- (b) Buktikan bahawa  $x^2 + 3(1-p)x - 9p = 0$  mempunyai punca-punca nyata untuk semua nilai nyata  $p$ . **SP 2.2.2**

Prove that  $x^2 + 3(1-p)x - 9p = 0$  has real roots for all real values of  $p$ .

[3 markah / 3 marks]

Jawapan / Answer:

(a)  $px^2 + 4(p+q)x + 4p + r = 0$

$a = p, b = 4p + 4q, c = 4p + r$

$$b^2 - 4ac = 0$$

$$(4p + 4q)^2 - 4(p)(4p + r) = 0$$

$$16p^2 + 32pq + 16q^2 - 16p^2 - 4pr = 0$$

$$32pq + 16q^2 - 4pr = 0$$

$$8pq + 4q^2 - pr = 0$$

$$4q^2 = pr - 8pq$$

$$4q^2 = p(r - 8q)$$

$$p = \frac{4q^2}{r - 8q}$$

(b)  $x^2 + 3(1-p)x - 9p = 0$

$a = 1, b = 3 - 3p, c = -9p$

$$b^2 - 4ac = (3 - 3p)^2 - 4(1)(-9p)$$

$$= 9 - 18p + 9p^2 + 36p$$

$$= 9p^2 + 18p + 9$$

$$= 9(p^2 + 2p + 1)$$

$$= 9(p + 1)^2$$

$9(p + 1)^2 \geq 0$  bagi semua nilai  $p$ .

Maka,  $b^2 - 4ac \geq 0$  bagi semua nilai  $p$ .

$x^2 + 3(1-p)x - 9p = 0$  mempunyai punca nyata untuk semua nilai nyata  $p$ .

$9(p + 1)^2 \geq 0$  for all real values of  $p$ .

Thus,  $b^2 - 4ac \geq 0$  for all real values of  $p$ .

$x^2 + 3(1-p)x - 9p = 0$  has real roots for all real values of  $p$ .

## KERTAS 2

1. (a) Cari integer negatif terbesar bagi  $t$  dengan keadaan persamaan  $4x^2 + tx + 5 = 0$

mempunyai punca-punca nyata. **SP 2.2.2**

Find the largest negative integer for  $t$  such that the equation  $4x^2 + tx + 5 = 0$  has real roots.

[4 markah / 4 marks]

- (b) Diberi  $y = 2tx^2 + 16x + 20 - 2t$ , cari julat nilai bagi  $t$  dengan keadaan  $y$  sentiasa bernilai positif. **SP 2.2.2**

Given  $y = 2tx^2 + 16x + 20 - 2t$ , find the range of values of  $t$  such that  $y$  is always positive.

[4 markah / 4 marks]

Jawapan / Answer:

(a)  $4x^2 + tx + 5 = 0$

$a = 4, b = t, c = 5$

$$b^2 - 4ac \geq 0$$

$$t^2 - 4(4)(5) \geq 0$$

$$t^2 - 80 \geq 0$$

$$t^2 \geq 80$$

$$t = \pm 4\sqrt{5}$$

$$\therefore t = -4\sqrt{5}$$

(b)  $y = 2tx^2 + 16x + 20 - 2t$

$a = 2t, b = 16, c = 20 - 2t$

$$b^2 - 4ac < 0$$

$$(16)^2 - 4(2t)(20 - 2t) < 0$$

$$256 - 8t(20 - 2t) < 0$$

$$256 - 160t + 16t^2 < 0$$

$$16t^2 - 160t + 256 < 0$$

$$t^2 - 10t + 16 < 0$$

Biar / Let  $t^2 - 10t + 16 = 0$

$$(t - 2)(t - 8) = 0$$

$$t = 2 \text{ atau / or } t = 8$$



$$\therefore 2 < t < 8$$



2. Diberi  $g(x) = 12 + 6x - 2x^2$ . Cari julat nilai bagi  $x$  yang memuaskan  $4 < g(x) < 12$ .  
 Given  $g(x) = 12 + 6x - 2x^2$ . Find the range of values of  $x$  that satisfy  $4 < g(x) < 12$ . **SP 2.1.3 KBAT Menganalisis**

[8 markah / 8 marks]

**TIP Menjawab**

- ① Asingkan  $4 < g(x) < 12$  kepada  $g(x) > 4$  dan  $g(x) < 12$ . Separate  $4 < g(x) < 12$  into  $g(x) > 4$  and  $g(x) < 12$ .
- ② Selesaikan  $g(x) > 4$  untuk mendapat julat nilai bagi  $x$ . Solve  $g(x) > 4$  to obtain the range of values of  $x$ .
- ③ Selesaikan  $g(x) < 12$  untuk mendapat julat nilai bagi  $x$ . Solve  $g(x) < 12$  to obtain the range of values of  $x$ .
- ④ Cari persilangan antara julat nilai bagi  $x$  daripada  $g(x) > 4$  dan  $g(x) < 12$  dengan menggunakan kaedah garis nombor.  
*Find the intersection of the range of values of  $x$  from  $g(x) > 4$  and  $g(x) < 12$  by using the number line method.*

Jawapan / Answer:

$$g(x) = 12 + 6x - 2x^2$$

$$4 < g(x) < 12$$

$$g(x) > 4$$

$$12 + 6x - 2x^2 > 4$$

$$-2x^2 + 6x + 8 > 0$$

$$2x^2 - 6x - 8 < 0$$

$$x^2 - 3x - 4 < 0$$

$$(x+1)(x-4) < 0$$

Biar / Let  $(x+1)(x-4) = 0$

$$x = -1 \text{ atau / or } x = 4$$

dan / and

$$g(x) < 12$$

$$12 + 6x - 2x^2 < 12$$

$$2x^2 - 6x > 0$$

$$x^2 - 3x > 0$$

$$x(x-3) > 0$$

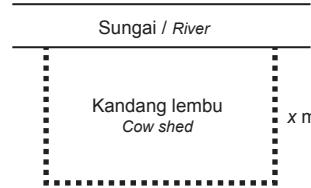
Biar / Let  $x(x-3) = 0$

$$x = 0 \text{ atau / or } x = 3$$



$$\therefore -1 < x < 0 \text{ atau / or } 3 < x < 4$$

3. Rajah di bawah menunjukkan kandang lembu milik Jimi. **SP 2.3.6 KBAT Mengaplikasi**  
*The diagram below shows the cow shed owned by Jimi.*



Jimi ingin memasang pagar tanpa menutupi sungai menggunakan pagar sepanjang 150 m. Cari nilai maksimum bagi  $x$  dan luas maksimum, dalam  $\text{m}^2$ , kandang lembu itu.

*Jimi wants to install fence without closing the river using 150 m of fence. Find the maximum value of  $x$  and the maximum area, in  $\text{m}^2$ , of the cow shed.*

[5 markah / 5 marks]

**TIP Menjawab**

- ① Cari fungsi kuadratik bagi luas kandang lembu.  
*Find the quadratic function of the area of the cow shed.*
- ② Ungkapkan fungsi itu dalam bentuk verteks.  
*Express the function in vertex form.*
- ③ Titik maksimum graf fungsi kuadratik itu adalah nilai  $x$  dan luas yang maksimum.  
*The maximum point of the quadratic graph is the maximum value of  $x$  and the area.*

Jawapan / Answer:

$$\text{Lebar / Width} = x, \text{ Panjang / Length} = 150 - 2x$$

Luas / Area

$$A = x(150 - 2x)$$

$$= 150x - 2x^2$$

$$= -2(x^2 - 75x)$$

$$= -2\left[x^2 - 75x + \left(-\frac{75}{2}\right)^2 - \left(-\frac{75}{2}\right)^2\right]$$

$$= -2\left(x - \frac{75}{2}\right)^2 + \frac{5625}{2}$$

Titik maksimum / Maximum point

$$= \left(\frac{75}{2}, \frac{5625}{2}\right)$$

$$x = \frac{75}{2} = 37.5$$

Luas maksimum / Maximum area

$$= \frac{5625}{2} = 2812.5 \text{ m}^2$$



# BAB 5

## Janjang Progressions

KUASAI  
PBD  
FORMATIF

5.1

### Janjang Aritmetik Arithmetic Progressions

Buku Teks ms. 128 – 138

#### KUASAI Nota Pintas

1. Janjang aritmetik ialah suatu jujukan nombor dengan keadaan beza setiap sebutan dengan sebutan sebelumnya adalah pemalar. Pemalar ini dikenali sebagai beza sepunya,  $d$ .

An arithmetic progression is a number sequence such that the difference of each term and the term before it, is a constant. This constant is known as the common difference,  $d$ .

$$d = T_2 - T_1 = T_3 - T_2 = \dots = T_n - T_{n-1}$$

2. Sebutan ke- $n$  bagi janjang aritmetik ditulis sebagai

The  $n^{\text{th}}$  term of an arithmetic progression is written as

$$T_n = a + (n - 1)d$$

3. Hasil tambah  $n$  sebutan pertama,  $S_n$  ditulis sebagai

The sum of the first  $n$  terms,  $S_n$  is written as

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$$

$$S_n = \frac{n}{2}[a + l]$$

dengan / where  $a$  = sebutan pertama / first term  
 $n$  = bilangan sebutan / number of terms  
 $d$  = beza sepunya / common difference  
 $l$  = sebutan terakhir / last term

SP 5.1.1 Mengenal pasti suatu jujukan ialah janjang aritmetik dan memberi justifikasi.

1. Tentukan sama ada setiap jujukan yang berikut ialah janjang aritmetik atau bukan. Berikan justifikasi anda.  
Determine whether each of the following sequences is an arithmetic progression. Give your justification. **TP1** **TP2**

#### >>Contoh

2, -2, 2, -2, ...

$$d_1 = T_2 - T_1 = -2 - 2 = -4$$

$$d_2 = T_3 - T_2 = 2 - (-2) = 4$$

Bukan janjang aritmetik kerana  $d_1 \neq d_2$ .

Not an arithmetic progression because  $d_1 \neq d_2$ .

(a)  $\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{5}{4}, \dots$

$$d_1 = T_2 - T_1 = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

$$d_2 = T_3 - T_2 = \frac{5}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$$

Janjang aritmetik kerana  $d_1 = d_2 = \frac{1}{2}$ .

An arithmetic progression because  $d_1 = d_2 = \frac{1}{2}$ .

(b)  $1^3, 2^3, 3^3, \dots$

$$d_1 = T_2 - T_1 = 2^3 - 1^3 = 7$$

$$d_2 = T_3 - T_2 = 3^3 - 2^3 = 19$$

Bukan janjang aritmetik kerana  $d_1 \neq d_2$ .

Not an arithmetic progression because  $d_1 \neq d_2$ .

(c)  $x, x+3, x+6, x+9, \dots$

$$d_1 = T_2 - T_1 = x+3 - x = 3$$

$$d_2 = T_3 - T_2 = x+6 - (x+3) = 3$$

$$d_3 = T_4 - T_3 = x+9 - (x+6) = 3$$

Janjang aritmetik kerana  $d_1 = d_2 = d_3 = 3$ .

An arithmetic progression because  $d_1 = d_2 = d_3 = 3$ .

#### Tip Perting

Nilai beza sepunya boleh bernilai positif atau negatif, tetapi tidak boleh sifar.

The value of the common difference can be positive or negative, but not zero.

SP 5.1.1

65

TAHAP PENGUASAAN 1 2 3 4 5 6

**KUASAI** Nota Pintas

1. Janjang geometri ialah suatu jujukan nombor dengan keadaan nisbah antara sebarang dua sebutan berturutan adalah pemalar. Pemalar ini dikenali sebagai nisbah sepunya,  $r$ .

*A geometric progression is a number sequence such that the ratio between any two consecutive terms is a constant. This constant is known as the common ratio,  $r$ .*

$$r = \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_2} = \dots = \frac{T_n}{T_{n-1}}$$



Video



Janjang aritmetik  
dan geometri  
Arithmetic and  
geometric progressions

2. Sebutan ke- $n$  bagi janjang geometri ditulis sebagai

*The  $n^{\text{th}}$  term of a geometric progression is written as*

$$T_n = ar^{n-1}$$

3. Hasil tambah  $n$  sebutan pertama,  $S_n$  ditulis sebagai

*The sum of the first  $n$  terms  $S_n$  is written as*

$$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}, |r| < 1$$

atau / or

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}, |r| > 1$$

dengan / where

$a$  = sebutan pertama / first term

$n$  = bilangan sebutan / number of terms

$r$  = nisbah sepunya / common ratio

4. Hasil tambah ketakterhinggaan,  $S_\infty$  ditulis sebagai

*The sum to infinity is written as*

$$S_\infty = \frac{a}{1 - r}, |r| < 1$$

**SP 5.2.1** Mengenal pasti suatu jujukan ialah janjang geometri dan memberi justifikasi.

7. Tentukan sama ada setiap jujukan yang berikut ialah janjang geometri atau bukan. Berikan justifikasi anda.  
*Determine whether each of the following sequences is a geometric progression. Give your justification.* **TP 1** **TP 2**

**>> Contoh**

4, 12, 36, 108, ...

$$r_1 = \frac{12}{4} = 3, r_2 = \frac{36}{12} = 3, r_3 = \frac{108}{36} = 3$$

Janjang geometri kerana nisbah sepunya,  $r$  adalah sama.

*A geometric progression because the common ratio,  $r$  is the same.*

$$(a) -2, 1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots$$

$$r_1 = \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2}, r_2 = \frac{-\frac{1}{2}}{1} = -\frac{1}{2}, r_3 = \frac{\frac{1}{4}}{-\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2}$$

Janjang geometri kerana nisbah sepunya,  $r$  adalah sama.

*A geometric progression because the common ratio,  $r$  is the same.*

(b) 10, 20, 60, 240, ...

$$r_1 = \frac{20}{10} = 2, r_2 = \frac{60}{20} = 3$$

Bukan janjang geometri kerana nisbah sepunya,  $r$  adalah berbeza.

*Not a geometric progression because the common ratio,  $r$  is different.*

$$(c) 8x, 4, \frac{2}{x}, \frac{1}{x^2}, \dots$$

$$r_1 = \frac{4}{8x} = \frac{1}{2x}, r_2 = \frac{\frac{2}{x}}{4} = \frac{1}{2x}, r_3 = \frac{\frac{1}{x^2}}{\frac{2}{x}} = \frac{1}{2x}$$

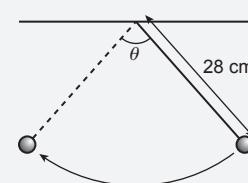
Janjang geometri kerana nisbah sepunya,  $r$  adalah sama.

*A geometric progression because the common ratio,  $r$  is the same.*



- 16.** Dalam rajah di sebelah, suatu bandul dengan panjang 28 cm berayun dan membentuk satu lengkok dengan sudut  $\theta$ . Diberi bahawa ayunan pertama membentuk  $\theta = 60^\circ$  dan setiap ayunan seterusnya, sudut  $\theta$  adalah 0.96 daripada sebelumnya. **TP 6 (KBAT) Mengaplikasi**

In the diagram, a pendulum of length 28 cm oscillates and forms an arc with angle  $\theta$ . Given that the first oscillation forms  $\theta = 60^\circ$  and each subsequent oscillation, angle  $\theta$  is 0.96 of the previous angle.



- Bentuk satu janjang geometri bagi panjang lengkok, dalam cm, yang terbentuk oleh bandul itu.  
Form a geometric progression of the length of arc, in cm, formed by the pendulum.
- Cari jumlah jarak bandul itu berayun selepas ayunan ke-10.  
Find the total distance of the pendulum oscillated after 10<sup>th</sup> oscillations.
- Cari jumlah jarak bandul itu berayun sehingga bandul itu berhenti.  
Find the total distance of the pendulum oscillates until the pendulum stops.

[Guna / Use =  $\frac{22}{7}$ ]

- (a) Ayunan pertama / First oscillate,  $\theta = 60^\circ$

$$\frac{60^\circ}{360^\circ} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 28 = \frac{88}{3}$$

$$a = \frac{88}{3}, r = 0.96$$

Janjang geometri bagi panjang lengkok  
The geometric progression of the length of arc

$$\frac{88}{3}, \frac{88}{3}(0.96), \frac{88}{3}(0.96)^2, \dots$$

$$\frac{88}{3}, 28.16, 27.0336, \dots$$

(b)  $S_{10} = \frac{\frac{88}{3}(1 - 0.96^{10})}{1 - 0.96}$   
 $= 245.79 \text{ cm}$

(c)  $S_\infty = \frac{\frac{88}{3}}{1 - 0.96}$   
 $= 733.33 \text{ cm}$

Cuba jawab Praktis Sumatif 5, K1: S8

- 17.** Lakukan aktiviti di bawah. **TP 6**

Carry out the activity below.

**AKTIVITI PAK-21**

**Perbincangan di Meja**

- (a) Bahagikan murid kepada beberapa kumpulan.

Divide pupils into few groups.

- (b) Guru berikan soalan berikut pada papan hitam.

Teacher gives the following question on the blackboard.

Ali ditawarkan dua jenis pelaburan, A dan B. Dia ingin melaburkan RM1 000 pada Januari 2020.

Pelan Pelaburan A: Menambah keuntungan modal sebanyak RM100 setiap bulan

Pelan Pelaburan B: Menambah keuntungan modal sebanyak 7% setiap bulan

Ali is offered two types of investments, A and B. He wants to invest RM1 000 on January 2020.

Investment Plan A: Increase the capital gain by RM100 each month

Investment Plan B: Increase the capital gain by 7% each month

Pelan pelaburan manakah yang wajar dipilih oleh Ali? Berikan justifikasi anda.

Which investment plan should Ali choose? Give your justification.

- (c) Guru memberi markah berdasarkan ketepatan dan kreativiti setiap kumpulan menjawab soalan itu.

Teacher gives mark based on the accuracy and creativity of each group answering the question.



# KUKUH KEMAHIRAN

BAB  
**1**

## Fungsi Functions

- 1.** Diberi  $g(x) = |3 - 2x|$ , cari nilai-nilai  $x$  bagi setiap yang berikut.

Given  $g(x) = |3 - 2x|$ , find the values of  $x$  for each of the following.

- (a)  $g(x) = 2$   
(b)  $g(x) = 5$

- 2.** Cari  $fg(x)$  bagi setiap yang berikut.

Find  $fg(x)$  for each of the following.

- (a)  $f(x) = 2x + 1$  dan/and  $g(x) = x - 3$   
(b)  $f(x) = x - 4$  dan/and  $g(x) = 2x - 1$

- 3.** Cari  $gf(x)$  bagi setiap yang berikut.

Find  $gf(x)$  for each of the following.

- (a)  $f(x) = x - 4$  dan/and  $g(x) = 5x - 3$   
(b)  $f(x) = 4x$  dan/and  $g(x) = 2x + 7$

- 4.** Cari  $g(x)$  bagi setiap yang berikut.

Find  $g(x)$  for each of the following.

- (a)  $f(x) = x - 3$  dan/and  $fg(x) = 6x + 1$   
(b)  $f(x) = 6x - 8$  dan/and  $fg(x) = 2x - 3$

- 5.** Cari  $f(x)$  bagi setiap yang berikut.

Find  $f(x)$  for each of the following.

- (a)  $g(x) = x + 1$  dan/and  $fg(x) = 9x - 8$   
(b)  $g(x) = 4x$  dan/and  $fg(x) = 8x - 6$

- 6.** Cari  $f^{-1}(x)$  bagi setiap yang berikut.

Find  $f^{-1}(x)$  for each of the following.

- (a)  $f(x) = 3x - 2$   
(b)  $f(x) = 2x + 5$

- 7.** Cari  $f^{-1}(2)$  bagi setiap yang berikut.

Find  $f^{-1}(2)$  for each of the following.

- (a)  $f(x) = 3x + 9$   
(b)  $f(x) = -2x + 3$

- 8.** Cari  $f(x)$  bagi setiap yang berikut.

Find  $f(x)$  for each of the following.

- (a)  $f^{-1}(x) = x + 5$   
(b)  $f^{-1}(x) = 3x + 2$

BAB  
**2**

## Fungsi Kuadratik Quadratic Functions

- 1.** Selesaikan persamaan kuadratik yang berikut dengan menggunakan kaedah penyempurnaan kuasa dua. Berikan jawapan anda betul kepada 3 tempat perpuluhan.

Solve the following quadratic equations using completing the square method. Give your answer correct to 3 decimal places.

- (a)  $x^2 - 12x - 24 = 0$   
(b)  $4x^2 + 8x + 1 = 0$

- 2.** Selesaikan persamaan kuadratik yang berikut dengan menggunakan rumus. Berikan jawapan anda betul kepada 3 tempat perpuluhan.

Solve the following quadratic equations using formula. Give your answer correct to 3 decimal places.

- (a)  $2x^2 + 4x - 3 = 0$   
(b)  $3x^2 - 8x - 1 = 0$

- 3.** Bentuk persamaan kuadratik dengan punca-punca yang diberikan.

Form a quadratic equation with the roots given.

- (a) 3, 6  
(b) -8, -10  
(c)  $5, -\frac{3}{2}$

- 4.** Persamaan kuadratik  $x^2 + (1 - p)x - p = 0$  mempunyai dua punca nyata yang sama. Cari nilai bagi  $p$ .

The quadratic equation  $x^2 + (1 - p)x - p = 0$  has two real and equal roots. Find the value of  $p$ .

- 5.** Persamaan kuadratik  $x^2 - 2x + 25 = qx$  mempunyai dua punca nyata yang berbeza. Cari julat nilai bagi  $q$ .

The quadratic equation  $x^2 - 2x + 25 = qx$  has two real and different roots. Find the range of values of  $q$ .

1. (a) $x = \frac{1}{2}, x = \frac{5}{2}$	(b) $x = -1, x = 4$
2. (a) $fg(x) = 2x - 5$	(b) $fg(x) = 2x - 5$
3. (a) $gf(x) = 5x - 23$	(b) $gf(x) = 8x + 7$
4. (a) $g(x) = 6x + 4$	(b) $g(x) = \frac{9}{2x+5}$
5. (a) $f(x) = 9x - 17$	(b) $f(x) = 2x - 6$
6. (a) $f^{-1}(x) = \frac{3}{x+2}$	(b) $f^{-1}(x) = \frac{3}{x-5}$
7. (a) $f(x) = \frac{3}{7}$	(b) $f(x) = \frac{1}{2}$
8. (a) $f(x) = x - 5$	(b) $f(x) = \frac{3}{x-2}$

Jawapan Bab 1:



6. Persamaan kuadratik  $3x^2 + 4 = 6x - r$  tidak mempunyai punca yang nyata. Cari julat nilai bagi  $r$ .

*The quadratic equation  $3x^2 + 4 = 6x - r$  does not have real roots. Find the range of values of  $r$ .*

7. Cari koordinat bagi titik minimum atau titik maksimum bagi fungsi kuadratik yang berikut dengan menggunakan kaedah penyempurnaan kuasa dua.

*Find the coordinates of the minimum point or the maximum point of the following quadratic functions using the completing the square method.*

- $f(x) = x^2 - 4x - 12$
- $f(x) = 2x^2 - 8x - 10$
- $f(x) = -4x^2 - 4x + 3$

- (c) Titik maksimum / Maximum point;  $(-\frac{1}{2}, 4)$   
 (b) Titik minimum / Minimum point;  $(2, -18)$   
 7. (a) Titik minimum / Minimum point;  $(2, -16)$   
 6.  $r > -1$   
 5.  $a < -12, d > 8$   
 4.  $p = -1$   
 3. (a)  $x^2 - 9x + 18 = 0$   
      (b)  $x^2 + 18x - 80 = 0$   
 (c)  $2x^2 - 7x - 15 = 0$   
 2. (a)  $x = 0.581, x = -2.581$   
      (b)  $x = 2.786, x = -0.120$   
 1. (a)  $x = 13.746, x = -1.746$   
      (b)  $x = -0.134, x = -1.866$

Jawapan Bab 2:

BAB  
3Sistem Persamaan  
System of Equations

1. Selesaikan persamaan serentak yang berikut.

*Solve the following simultaneous equations.*

$$\begin{aligned}3x + y - 2z &= -3 \\x - 2y + 3z &= 16 \\2x + y - 5z &= -17\end{aligned}$$

2. Selesaikan persamaan serentak yang berikut.

*Solve the following simultaneous equations.*

$$\begin{aligned}x + y + 2z &= 29 \\2x + y + z &= 25 \\x + 3y + z &= 25\end{aligned}$$

3. Selesaikan persamaan serentak yang berikut.

*Solve the following simultaneous equations.*

$$\begin{aligned}8x + 5y + 4z &= 18\ 400 \\2x + 6y + 9z &= 22\ 300 \\4x + 6y + 8z &= 22\ 400\end{aligned}$$

4. Selesaikan persamaan serentak yang berikut.

*Solve the following simultaneous equations.*

$$\begin{aligned}c + d + e &= 4\ 000 \\4c + 3d + 2e &= 12\ 400 \\1.5c + 1.5d + e &= 5\ 600\end{aligned}$$

5. Selesaikan persamaan serentak yang berikut.

*Solve the following simultaneous equations.*

$$\begin{aligned}x + 4y - 13 &= 0 \\x^2 + y^2 - 3xy &= 1\end{aligned}$$

6. Selesaikan persamaan serentak yang berikut.

Berikan jawapan anda betul kepada 4 angka bererti.

*Solve the following simultaneous equations. Give your answer correct to 4 significant figures.*

$$\begin{aligned}x - 2y &= 4 \\x^2 + 2y^2 &= 12\end{aligned}$$

7. Selesaikan persamaan serentak yang berikut.

*Solve the following simultaneous equations.*

$$\begin{aligned}x(7y + x) &= 16 - 34y^2 \\2x - 14y &= 4\end{aligned}$$

$$7. x = \frac{36}{11}, y = \frac{2}{11} \text{ atau } x = -\frac{3}{2}, y = -\frac{1}{2}$$

$$6. x = 3.442, y = -0.2792 \text{ atau } x = -0.7740, y = -2.387$$

$$5. x = \frac{153}{29}, y = \frac{56}{29} \text{ atau } x = 1, y = 3$$

$$4. c = 1\ 200, d = 2\ 000, e = 800$$

$$3. x = 800, y = 1\ 200, z = 1\ 500$$

$$2. x = 6, y = 3, z = 10$$

$$1. x = 2, y = -1, z = 4$$

Jawapan Bab 3:

BAB  
4Indeks, Surd dan Logaritma  
Indices, Surds and Logarithms

1. Selesaikan persamaan yang berikut.

*Solve the following equations.*

- $25^x = (\sqrt{5})^{x+3}$
- $6^x(3^{2x}) = 54$

$$(c) \frac{7^{3x}}{49^{x-2}} = \frac{1}{343}$$

$$(d) 3^{9x+1} = 3^{9x-3} + 80$$