

EXCEL PBD

MODUL PdPc & SPM

Tingkatan

5

KSSM

Pakej dan Keistimewaan

MATEMATIK TAMBAHAN

Additional Mathematics

Melancarkan
Pentaksiran Bilik Darjah (PBD)

Memantapkan
Pentaksiran Sumatif & SPM

Menyokong
Pembelajaran dan
Pemudahcaraan (PdPc)
Mesra Digital

Meningkatkan
Tahap Penguasaan Murid

Pakej istimewa direka khusus untuk membantu guru menjalankan PdPc sama ada secara bersemuka, hibrid atau digital.

EDISI GURU

EDISI GURU & MURID

- ⚡ Nota Xpress
- ⚡ PBD Formatif
- ⚡ Praktis SPM
- ⚡ Kertas Model SPM **Kod QR**
- ⚡ Jawapan **Kod QR**



INPUT DIGITAL

- ⚡ Pelbagai bahan sokongan pembelajaran dalam talian untuk murid dan guru



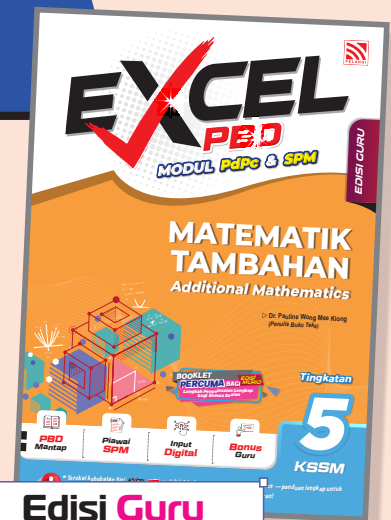
ePelangi+

Pelbagai bahan digital sokongan PdPc yang disediakan khas untuk guru di platform ePelangi+

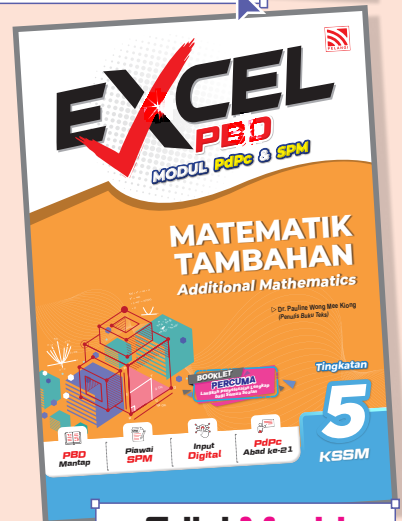
EG-i

+

BAHAN
SOKONGAN
PdPc
EKSTRA!



Edisi Guru



Edisi Murid

Ciri-ciri Buku (Edisi Cetak)

1 Kandungan

Kandungan mengemukakan bahagian-bahagian buku berserta rujukan bahan-bahan digital sokongan dalam buku.

Kandungan	
Rekod Pentaksiran Murid	iv – vi
BAB 1 Sukatan Membulat <i>Circular Measure</i>	1
1.1 Radian	1
1.2 Panjang Lengkuk Suatu Bulatan	2
1.3 Luas Sektor Suatu Bulatan	6
1.4 Aplikasi Sukatan Membulat	12
Praktis SPM 1	13
BAB 2 Pembezaan <i>Differentiation</i>	22
2.1 Had dan Hubungannya dengan Pembezaan	22
2.2 Pembezaan Peringkat Pertama	23
2.3 Pembezaan Peringkat Kedua	25
2.4 Aplikasi Pembezaan	27
Praktis SPM 2	36
BAB 3 Pengamiran <i>Integration</i>	42
3.1 Pengamiran Sebagai Sungsungan Pembezaan	42
3.2 Kamiran Tak Tentu	43
3.3 Kamiran Tentu	45
3.4 Aplikasi Pengamiran	50
Praktis SPM 3	51
BAB 4 Pilih Atur dan Gabungan <i>Permutation and Combination</i>	58
4.1 Pilih Atur	58
4.2 Gabungan	65
Praktis SPM 4	68
BAB 5 Taburan Kebarangkalian <i>Probability Distribution</i>	71
5.1 Pemboleh Ubah Rawak	71
5.2 Taburan Binomial	75
5.3 Taburan Normal	82
Praktis SPM 5	88

2 Rekod Pentaksiran Murid

Jadual untuk catatan prestasi Tahap Penguasaan Murid.

Rekod Pentaksiran Murid				
MATEMATIK TAMBAHAN Tingkatan 5				
Nama: _____				
Tingkatan: _____				
BAB	TAHAP PENCAPAIAN	STANDARD PRESTASI TAFSIHAN	HALAMAN	PENCAPAIAN (%) MENGAJAI
BIDANG PEMBELAJARAN: GEOMETRI				
1 Sukatan Membulat	TP1	Mengaplikasikan pengetahuan asas tentang sukatan membulat.	1, 2	
	TP2	Mengaplikasikan kefahaman tentang sukatan membulat.	3	
	TP3	Mengaplikasikan kefahaman tentang sukatan membulat untuk menyelesaikan tugasan mudah.	3, 4	
	TP4	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang sukatan membulat dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang mudah.	4, 7, 8	
	TP5	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang sukatan membulat dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang kompleks.	5, 9, 12	
	TP6	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang sukatan membulat dalam konteks penyelesaian masalah rutin secara kreatif.	12	
BIDANG PEMBELAJARAN: KALKULUS				
2 Pembezaan	TP1	Mengaplikasikan pengetahuan asas tentang pembezaan.	22	
	TP2	Mengaplikasikan kefahaman tentang pembezaan.	22, 23	
	TP3	Mengaplikasikan kefahaman tentang pembezaan untuk menyelesaikan tugasan mudah.	22, 24, 26, 27	
	TP4	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang pembezaan dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang mudah.	24, 25, 27, 28, 30, 32	
	TP5	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang pembezaan dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang kompleks.	34, 35	
	TP6	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang pembezaan dalam konteks penyelesaian masalah rutin secara kreatif.	29, 31, 33	
BIDANG PEMBELAJARAN: KALKULUS				
3 Pengamiran	TP1	Mengaplikasikan pengetahuan asas tentang pengamiran.	42	
	TP2	Mengaplikasikan kefahaman tentang pengamiran.	43	
	TP3	Mengaplikasikan kefahaman tentang pengamiran untuk menyelesaikan tugasan mudah.	44, 45	

3 Nota Xpress

Nota disediakan bagi setiap bab dalam bentuk poin ringkas dan padat untuk memudahkan pemahaman.

BAB 1	
Sukatan Membulat <i>Circular Measure</i>	
1.1 Radian 1. Sudut yang dicangkup pada pusat bulatan oleh lengkok yang sama panjang dengan jejari didefinisikan sebagai 1 radian. 1 radian is the angle subtended at the centre of the circle by the arc length which is the same length as the radius. 2. Sudut dicangkup pada pusat bulatan oleh satu lengkok ialah 2π radian yang setara dengan 360°. The angle subtended at the centre of a circle by the entire 2π radius which is equivalent to 360°. 3. Hubungan antara sudut dicukur dalam darjah dan radian bagi suatu sektor yang berputik: The relation between angle measured in degrees and radian for a sector is as follows: $\frac{\theta}{360^\circ} = \frac{\text{luas sektor}}{2\pi \times \text{radius}} \quad \text{or equivalently} \quad \frac{\theta}{180^\circ} = \frac{\text{radius}}{\text{arc length}}$	
1. Tukarkan setiap yang berikut kepada darjah dan minit. 1.1.1 Convert each of the following into degrees and minutes. Guna/lulus $\pi = 3.142$. Contoh (a) 5.15 rad $\frac{5.15 \text{ rad}}{1 \text{ rad}} = \frac{5.15 \times 180^\circ}{\pi}$ $= 295^\circ 2'$	(b) $\frac{3}{7}\pi$ rad $\frac{3}{7}\pi \text{ rad} = \frac{3}{7} \times \frac{180^\circ}{\pi}$ $= 77^\circ 9'$
2. Tukarkan setiap yang berikut kepada radian. 2.1 Convert each of the following into radians. Guna/lulus $\pi = 3.142$. Contoh (a) $134^\circ 24'$ $134^\circ 24' = 134^\circ + \frac{24}{60}^\circ$ $= 134^\circ + \frac{24}{60} \times \frac{\pi}{180}$ $= 2.346 \text{ rad}$	(b) $294^\circ 6'$ $294^\circ 6' = 294^\circ + \frac{6}{60}^\circ$ $= 294^\circ + \frac{6}{60} \times \frac{\pi}{180}$ $= 5.134 \text{ rad}$

4 Booklet Langkah Penyelesaian Lengkap (Edisi Murid sahaja)

Langkah Penyelesaian Lengkap bagi semua soalan disediakan bagi memudahkan murid membuat semakan.

BOOKLET
AADWMB265001AJ

Tingkatan 5
KSSM

EXCEL PED
MODUL RAPO & SPM

MATEMATIK TAMBAHAN
Additional Mathematics

Dr. Pauline Wong Mei Kiong
(Penulis Buku Teks)

Penerbitan Pelangi Sdn. Bhd.
Lot 8, Jalan P12/12, Kawasan Perindustrian Klang,
Batu Tiga, Klang, 48000 Klang, Selangor Darul Ehsan, Malaysia.
Tel: 03-8622 3885. E-mail: pntang@pelangibooks.com
Penerbitan: pntang@pelangibooks.com

© Pelangi Pustaka Sdn. Bhd.
No. 8, Jalan P12/12, Kawasan Perindustrian Klang, 48000 Klang, Selangor Darul Ehsan, Malaysia.

Jawapan
BAB 1

1.1 Radian

1. Sudut yang dicangkup pada pusat bulatan oleh lengkok yang sama panjang dengan jejari didefinisikan sebagai 1 radian.

1 radian is the angle subtended at the centre of the circle by the arc length which is the same length as the radius.

2. Sudut dicangkup pada pusat bulatan oleh satu lengkok ialah 2π radian yang setara dengan 360°.

The angle subtended at the centre of a circle by the entire 2π radius which is equivalent to 360°.

3. Hubungan antara sudut dicukur dalam darjah dan radian bagi suatu sektor yang berputik:

The relation between angle measured in degrees and radian for a sector is as follows:

$$\frac{\theta}{360^\circ} = \frac{\text{luas sektor}}{2\pi \times \text{radius}} \quad \text{or equivalently} \quad \frac{\theta}{180^\circ} = \frac{\text{radius}}{\text{arc length}}$$

Halaman PBD Formatif

5 **Petunjuk Muka Surat Buku Teks**
Petunjuk muka surat disediakan untuk memudahkan rujuk silang.

6 **Standard Pembelajaran (SP)**
Petunjuk soalan yang dibina berdasarkan tafsiran DSKP dan membantu guru melaksanakan PdPc dengan lebih berkesan.

7 **Tahap Penguasaan**
Kotak Tahap Penguasaan untuk memudahkan guru menilai murid.

13. Selesaikan yang berikut.
S3.2 Solve the following.

Contoh
Rajah menunjukkan graf fungsi taburan normal bagi suatu pemboleh ubah rawak selangar X .
Diagram shows the normal distribution function graph of a continuous random variable X .

(i) Nyatakan nilai μ .
State the value of μ .

(ii) Lorekan rantau $P(X < 7)$.
Shade the region $P(X < 7)$.

(iii) Ungkapkan rantau berlorek dalam tatatanda kebarangkalian.
Express the shaded region in probability notation.

(iv) Cari/Find $P(X > 14)$.

Matematik Tambahan Tingkatan 5 Bab 5 Taburan Kebarangkalian
Jadual taburan normal piawai, skor z
Standard normal distribution table, z-scores.

(a) Rajah menunjukkan graf taburan normal bagi suatu pemboleh ubah rawak selangar X .
Diagram shows the normal distribution of a continuous random variable X .

(i) Nyatakan nilai μ .
State the value of μ .

(ii) Nyatakan nilai $P(X > \mu)$.
State the value of $P(X > \mu)$.

(iii) Cari/Find $P(250 < X < 390)$ jika/If $P(X < 250) = 0.24$.

2.4 Aplikasi Pembezaan
Application of Differentiation

10. Cari fungsi kecerunan bagi setiap lengkung yang diberi dan seterusnya cari kecerunan tangen pada titik x yang diberi.
S3.1 Find the gradient function for each of the given curves and then find the gradient of the tangent at the given value of x .

Contoh
 $y = \frac{1}{2}x^2 - x$ pada/at $x = 2$.
The gradient function $\frac{dy}{dx} = \frac{3x}{2} - 1$.
Kecerunan tangen di $x = 2$
Gradient of the tangent at $x = 2$
 $= \frac{3(2)}{2} - 1$
 $= 2$

(a) $y = \frac{x}{(5-3x)}$ pada/at $x = -1$, $x \neq \frac{5}{3}$
Fungsi kecerunan
Gradient function
 $\frac{dy}{dx} = \frac{(5-3x) - x(-3)}{(5-3x)^2}$
 $= \frac{5-3x+3x}{(5-3x)^2}$
 $= \frac{5}{(5-3(-1))^2}$
 $= \frac{5}{8^2}$
 $= \frac{5}{64}$

(b) $f(x) = x^2 - \frac{6}{x} + 3$ pada/at $x = -2$.
Fungsi kecerunan
Gradient function
 $\frac{dy}{dx} = 2x + \frac{6}{x^2}$
Kecerunan tangen di $x = -2$
Gradient of the tangent at $x = -2$
 $= 2(-2) + \frac{6}{(-2)^2}$
 $= -4 + \frac{6}{4}$
 $= -\frac{5}{2}$

11. Cari nilai h dan nilai k bagi yang berikut.
S3.1 Find the value of h and k for the following.

Contoh
Kecerunan lengkung $y = hx^2 + kx^2$ pada titik $(3, 1)$ ialah -4 .
The gradient for the curve $y = hx^2 + kx^2$ at the point $(3, 1)$ is -4 .
Pada/At $(3, 1)$, $1 = h(3)^2 + k(3)^2$
 $1 = 9h + 9k$ ①
 $\frac{dy}{dx} = 2hx + 2kx$
Maka/Thus $h + k = -\frac{4}{3}$ ②
Gantikan ② dalam ①, $1 = 3(2k - 4) + 9k$
Substitute ② into ①, $1 = 6k - 12 + 9k$
 $13 = 15k$
 $k = \frac{13}{15}$
 $h = -\frac{4}{3} - \frac{13}{15} = -\frac{29}{15}$

(a) Kecerunan lengkung $y = \frac{h}{x} + kx$ pada $(1, -1)$ ialah -5 .
The gradient for the curve $y = \frac{h}{x} + kx$ at $(1, -1)$ is -5 .
Pada/At $(1, -1)$, $-1 = \frac{h}{1} + k(1)$
 $-1 = h + k$ ①
 $\frac{dy}{dx} = -\frac{h}{x^2} + k$
Maka/Thus $-\frac{h}{1} + k = -5$ ②
① + ②, $2k = -6$
 $k = -3$
 $h = -1 + 3$
 $h = 2$

(b) Kecerunan lengkung $y = hx^2 + kx$ pada $(2, 0)$ ialah -8 .
The gradient for the curve $y = hx^2 + kx$ at $(2, 0)$ is -8 .
Pada/At $(2, 0)$, $0 = h(2)^2 + k(2)$
 $0 = 4h + k$ ①
 $\frac{dy}{dx} = 2hx + k$
Maka/Thus $3h(2) + k = -8$
 $6h + k = -8$ ②
② - ①, $8h = -8$
 $h = -1$
 $k = 4$

(c) Kecerunan lengkung $y = hx^2 + kx - 3$ pada $(-2, 9)$ ialah -7 .
The gradient for the curve $y = hx^2 + kx - 3$ at $(-2, 9)$ is -7 .
Pada/At $(-2, 9)$, $9 = h(-2)^2 + k(-2) - 3$
 $6 = 2h - k$ ①
 $\frac{dy}{dx} = 2hx + k$
Maka/Thus $2h(-2) + k = -7$
 $-4h + k = -7$ ②
① + ②, $-2h = -1$
 $h = \frac{1}{2}$
 $k = -5$

BAB 2 Pembezaan
Differentiation

2.1 Had dan Hubungannya dengan Pembezaan
Limit and its Relation to Differentiation

**1. $\frac{dy}{dx}$ disebut sebagai terbitan pertama y terhadap x .
 $\frac{dy}{dx}$ is known as the first derivative of y with respect to x .**

**2. $\frac{dy}{dx}$ juga boleh ditulis sebagai $\frac{df(x)}{dx} = f'(x)$ apabila $y = f(x)$.
 $\frac{dy}{dx}$ can be written as $\frac{df(x)}{dx} = f'(x)$ when $y = f(x)$.**

1. Cari nilai had bagi fungsi yang berikut.
Find the limit for each of the following functions.

Contoh
 $\lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$
 $= \lim_{x \rightarrow 16} \frac{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}{(x - 4)(\sqrt{x} + 2)}$
 $= \lim_{x \rightarrow 16} \frac{x - 4}{(x - 4)(\sqrt{x} + 2)}$
 $= \lim_{x \rightarrow 16} \frac{1}{\sqrt{x} + 2}$
 $= \frac{1}{8}$

(a) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$
 $= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}{(x - 4)(\sqrt{x} + 2)}$
 $= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - 4}{(x - 4)(\sqrt{x} + 2)}$
 $= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{1}{\sqrt{x} + 2}$
 $= \frac{1}{4}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x}{4 - (x + 16)}$
 $= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x}{4 - x - 16}$
 $= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x}{-x - 12}$
 $= \frac{4}{-4 - 12}$
 $= -\frac{1}{4}$

2. Cari $\frac{dy}{dx}$ dengan menggunakan prinsip pertama bagi setiap fungsi $y = f(x)$ yang berikut.
Find $\frac{dy}{dx}$ by using the first principles for each of the following functions $y = f(x)$.

Contoh
 $y = 2x - 1$
 $y + \delta y = 2(x + \delta x) - 1$
 $2x - 1 + \delta y = 2x + 2\delta x - 1$
 $\delta y = 2\delta x$
 $\frac{\delta y}{\delta x} = 2$
Maka/Thus $\frac{dy}{dx} = \lim_{\delta x \rightarrow 0} \frac{\delta y}{\delta x} = 2$

Tip Penting
Gunakan/Use $\frac{dy}{dx} = \lim_{\delta x \rightarrow 0} \frac{\delta y}{\delta x}$

(a) $y = x(x - 4)$
 $y = x^2 - 4x$
 $y + \delta y = (x + \delta x)^2 - 4(x + \delta x)$
 $x^2 - 4x + \delta y = x^2 + 2x\delta x + (\delta x)^2 - 4x - 4\delta x$
 $\delta y = 2x\delta x + (\delta x)^2 - 4\delta x$
 $\frac{\delta y}{\delta x} = 2x - 4 + \delta x$
Maka/Thus $\frac{dy}{dx} = \lim_{\delta x \rightarrow 0} \frac{\delta y}{\delta x} = 2x - 4$

8 Kod QR Bahan Sokongan Digital



Pautan Video

Pautan video pelbagai sumber untuk menyokong PdPc.



Pautan Info

Pautan info pelbagai sumber yang sesuai untuk menyokong pemahaman murid.





Video Tutorial

Video pengajaran yang berfokus pada sesuatu subtopik.



Video Penyelesaian

Video pengajaran yang memberi penjelasan jawapan bagi Contoh yang terpilih.



Kalkulator

Kalkulator saintifik maya yang menunjukkan pengiraan langkah demi langkah



Masteri ke Arah SPM

Panduan langkah demi langkah dan soalan serupa disediakan untuk membantu murid berlatih menjawab soalan berpiawai SPM.



KBAT Ekstra

Praktis ini menguji keupayaan murid untuk menjawab soalan aras tinggi.

TRIGONOMETRI

BAB 6 Fungsi Trigonometri

- 6.1 Sudut Positif dan Sudut Negatif 92
- 6.2 Nilai Trigonometri bagi Sebarang Sudut 93
- 6.3 Graf Fungsi Sinus, Kosinus dan Tangen 96
- 6.4 Identiti Asas 98
- 6.5 Rumus Sudut Majmuk dan Rumus Sudut Berganda 99
- 6.6 Aplikasi Fungsi Trigonometri 103
- Praktis SPM 6 109

ALGEBRA

BAB 7 Pengaturcaraan Linear

- 7.1 Model Pengaturcaraan Linear 113

7.2 Aplikasi Pengaturcaraan Linear 117

Praktis SPM 7 123

KALKULUS

BAB 8 Kinematik Gerakan Linear 127

- 8.1 Sesaran, Halaju dan Pecutan sebagai Fungsi Masa 127
- 8.2 Pembezaan dalam Kinematik Gerakan Linear 136
- 8.3 Pengamiran dalam Kinematik Gerakan Linear 140
- 8.4 Aplikasi Kinematik Gerakan Linear 143
- Praktis SPM 8 147

BAHAN DIGITAL

MASTERI KE ARAH SPM



KBAT EKSTRA



AKTIVITI PAK-21



PROJEK STEM



PRAKTIS INTENSIF & STRATEGI MENJAWAB



KUKUH KEMAHIRAN



KERTAS MODEL SPM



JAWAPAN



© Penerbitan Pelangi Sdn. Bhd.

iii

5.3 Taburan Normal

- Taburan normal bagi suatu pemboleh ubah rawak selanjut X dengan min μ dan sisihan piawai σ boleh ditukar kepada taburan normal piawai melalui rumus $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$, dengan keadaan Z dinamakan skor piawai atau skor-z. The normal distribution can be converted into standard normal distribution by using the formula $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$, such that Z is called the standard score or z-score.
- Pemboleh ubah rawak normal piawai, Z mempunyai nilai min $\mu = 0$ dan sisihan piawai $\sigma = 1$. Z is standard normal distributed, which is denoted by $Z \sim N(0, 1)$. The standard normal random variable Z has a mean value of $\mu = 0$ and the standard deviation $\sigma = 1$. Z is standard normal distributed, which is denoted by $Z \sim N(0, 1)$.
- Rajah A menunjukkan taburan normal bagi pemboleh ubah $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ dengan min μ dan sisihan piawai σ . Rajah B menunjukkan taburan normal piawai $Z \sim N(0, 1)$. Diagram A shows the normal distribution for variable $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, with mean μ and standard deviation σ . Diagram B shows the standard normal distribution for $Z \sim N(0, 1)$.



Diberi $\tan A = \frac{-3}{4}$ dan $\cos B = \frac{-12}{13}$, dengan keadaan $90^\circ \leq A \leq 180^\circ$ dan $180^\circ \leq B \leq 270^\circ$. Cari nilai

- (i) $\sin(A + B)$
- (ii) $\cos/2A$
- (iii) $\cot/\cot(A - B)$

$$\begin{aligned} \sin(A + B) &= \sin A \cos B + \cos A \sin B \\ &= \left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{-12}{13}\right) + \left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{-5}{13}\right) \\ &= \frac{-36}{65} + \frac{-20}{65} \\ &= \frac{-56}{65} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos 2A &= 2\cos^2 A - 1 \\ &= 2\left(\frac{4}{5}\right)^2 - 1 = \frac{7}{25} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cot(A - B) &= \frac{1 + \tan A \tan B}{\tan A - \tan B} \\ &= \frac{1 + \left(\frac{-3}{4}\right)\left(\frac{-5}{12}\right)}{\frac{-3}{4} - \frac{5}{12}} \\ &= \frac{1 + \frac{15}{48}}{\frac{-9}{12} - \frac{5}{12}} \\ &= \frac{1 + \frac{5}{16}}{\frac{-14}{12}} \\ &= \frac{16 + 5}{-14} \\ &= \frac{21}{-14} \\ &= -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

Matematik Tambahan Tingkatan 5 Bab 5 Taburan Kebarangkalian

16. Selesaikan yang berikut.

Solve the following.

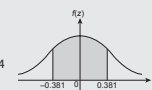
Contoh

- Berat pelajar di Tingkatan 5 bertaburan normal dengan min 62 kg dan sisihan piawai 10.5 kg. The masses of students in a Form 5 class is normally distributed with mean 62 kg and a standard deviation of 10.5 kg.
- Hitung kebarangkalian satu pelajar dipilih secara rawak akan mempunyai berat antara 58 kg dan 66 kg. Calculate the probability of a student chosen at random will have a mass between 58 kg and 66 kg.
- 70% pelajar mempunyai berat kurang daripada m . Cari nilai m . 70% of the students have masses less than m . Find the value of m .
- Cari julat antara kuartil bagi taburan berat ini. Find the range between the quartiles for the distribution of the masses.

$$\begin{aligned} \text{(i) Diberi/Given } X &\sim N(62, 10.5^2) \\ P(58 < X < 66) &= P\left(\frac{58 - 62}{10.5} < Z < \frac{66 - 62}{10.5}\right) \\ &= P(-0.381 < Z < 0.381) \\ &= P(-2P(Z > 0.381)) \\ &= 1 - 2P(Z > 0.381) \\ &= 0.2968 \end{aligned}$$

- $P(X < m) = 0.7$

$$\begin{aligned} P\left(Z < \frac{m - 62}{10.5}\right) &= 0.7 \\ P\left(Z > \frac{m - 62}{10.5}\right) &= 0.3 \\ \frac{m - 62}{10.5} &= 0.524 \\ m - 62 &= 10.5(0.524) = 5.502 \\ m &= 62 + 5.502 = 67.502 \end{aligned}$$



Tip Penting

Lakarkan graf untuk menentukan rantau yang betul. Sketch the graph to determine the correct region first.

KALKULATOR



Aktiviti PAK-21 dan Projek STEM

Aktiviti ini disertakan untuk menyempurnakan PdPc.



Praktis Intensif & Strategi Menjawab

Pelbagai bentuk soalan dengan strategi menjawab sebagai latihan sendiri untuk murid.



Kukuh Kemahiran

Soalan latihan bagi mengukuhkan kemahiran murid yang merangkumi setiap bab Matematik Tambahan Tingkatan 5.



Jawapan

Jawapan keseluruhan buku disediakan di halaman Kandungan.

Halaman PBD Sumatif

Praktis SPM dan **Kertas Model SPM** Kod QR digubal berdasarkan format SPM yang terkini dan **Kriteria Jadual Spesifikasi Ujian** yang terkini.

9

Petunjuk Standard Pembelajaran (SP)

Petunjuk soalan yang dibina berdasarkan tafsiran DSKP.

10

Bahan Sokongan Digital

Praktis Ekstra Sumatif

Praktis pengukuhan konsep mengikut topik.

11

Pelangi Online Test (POT)

Soalan Objektif berpiawai SPM.

KERTAS 1

Skor /80

Bahagian A
 [64 markah]
 Jawab semua soalan.

1. Rajah 1 menunjukkan graf fungsi kuadratik $f(x) = -(x + p)^2 + q$, dengan keadaan p dan q ialah pemalar. Diagram 1 shows the graph of a quadratic function $f(x) = -(x + p)^2 + q$, such that p and q are constants.

(a) nilai k / the value of k [2 markah / 2 marks]
 (b) $g(x)$ [1 markah / 1 mark]

Jawapan / Answer:

2. Diberi bahawa $fg : x \rightarrow \frac{x}{2x+3}$ dengan keadaan $x \neq k$ dan $fg(x) = 3x$. Cari Given that $fg : x \rightarrow \frac{x}{2x+3}$ such that $x \neq k$ and $fg(x) = 3x$. Find

(a) nilai k / the value of k [2 markah / 2 marks]
 (b) $g(x)$ [1 markah / 1 mark]

Jawapan / Answer:

KERTAS 2

Skor /100

Bahagian A
 [50 markah]
 Jawab semua soalan.

1. Rajah 1 menunjukkan sebuah segi empat sama ABCD dan sebuah segi empat tepat PQRS. Diberi bahawa jumlah perimeter bagi kedua-dua segi empat ialah 48 cm. Panjang PQ ialah 6 cm lebih daripada panjang AB. Nisbah panjang AB kepada panjang QR ialah 2 : 3. Diagram 1 shows a square ABCD and a rectangle PQRS. Given that the sum of the perimeters of both quadrilaterals is 48 cm. The length of PQ is 6 cm longer than the length of AB. The ratio of the length of AB to QR is 2 : 3.

(a) Bentukkan satu sistem persamaan berhubung dengan x , y atau z . Form a system of equations in relation to x , y or z . [2 markah / 2 marks]
 (b) Seterusnya, cari nilai x , y dan z . Then, find the values of x , y and z . [3 markah / 3 marks]

Jawapan / Answer:

2. Satu fungsi ditakrifkan oleh $f : x \rightarrow 3 - 2x$. A function is defined by $f : x \rightarrow 3 - 2x$.

(a) Lakarkan graf bagi f untuk domain $-1 \leq x \leq 3$. Sketch the graph of f for the domain $-1 \leq x \leq 3$. [2 markah / 2 marks]
 (b) Pada paksi yang sama, lakarkan graf yang sepadan bagi f^{-1} . On the same axes, sketch the corresponding inverse function of f . [3 markah / 3 marks]
 (c) Nyatakan domain bagi f^{-1} . State the domain of f^{-1} . [2 markah / 2 marks]

PRAKTIS SPM

1

KERTAS 1
 SP 1.3.3 1.2.2

Bahagian A
 9

1. (a) Dua sektor dipotong daripada sebuah bulatan dengan jejari 10 cm. Sektor pertama dan sektor kedua masing-masing mempunyai sudut $\frac{\pi}{3}$ rad dan $\frac{2\pi}{5}$ rad pada pusat bulatan. Cari perbezaan luas, dalam cm^2 , bagi kawasan kedua-dua sektor itu. Two sectors are cut from a circle with a radius of 10 cm. The first sector and the second sector have angles of $\frac{\pi}{3}$ rad and $\frac{2\pi}{5}$ rad respectively at the centre of the circle. Find the difference in area, in cm^2 , of the two sectors. [3 markah / 3 marks]
 (b) Satu perentas mencangkung sudut $\frac{3\pi}{4}$ rad pada pusat bulatan dengan jejari 8 cm. Hitung perimeter tembereng minor, dalam cm, yang dibentuk oleh perentas dan lengkok. A chord subtends an angle of $\frac{3\pi}{4}$ rad at the centre of a circle with a radius of 8 cm. Calculate the perimeter of the minor segment, in cm, formed by the chord and the arc. [3 markah / 3 marks]

Jawapan / Answer:

(a) Perbezaan luas / Difference in area
 $= \frac{1}{2}r^2 \left(\frac{2\pi}{5} - \frac{1}{3} \left(\frac{\pi}{3} \right) \right)$
 $= \frac{1}{2} \times 10^2 \times \frac{1}{15} \pi$
 $= \frac{1}{30} \pi (10)^2$
 $= \frac{10}{3} \pi \text{ cm}^2$
 $= 10.472 \text{ cm}^2$

(b) $\frac{3\pi}{4} = 135^\circ$
 $\sin \left(\frac{135^\circ}{2} \right) = \frac{BM}{8}$
 $BM = 7.391$
 $AB = 2 \times 7.391$
 $= 14.782 \text{ cm}$
 Panjang lengkok $AB = 8 \left(\frac{3\pi}{4} \right) = 6\pi$
 Perimeter tembereng minor
 Perimeter of the minor segment
 $= 14.782 + 6\pi$
 $= 14.782 + 6(3.142)$
 $= 33.63 \text{ cm}$

2. (a) Dua sektor yang sama, setiap satu dengan jejari 6 cm, mencangkung sudut $\frac{\pi}{3}$ rad pada pusat bulatan, bertindih antara satu sama lain supaya pusatnya bertepatan di O. Jika satu sektor diputar dengan $\frac{2\pi}{5}$ rad pada pusat O, cari luas, dalam cm^2 , bagi kawasan bertindih. Two identical sectors, each with a radius of 6 cm, subtend an angle of $\frac{\pi}{3}$ rad at the centre of a circle, overlapping each other so that the centres coincide at O. If one sector is rotated by $\frac{2\pi}{5}$ rad about the centre O, find the area, in cm^2 , of the overlapping region. [2 markah / 2 marks]
 (b) Nisbah panjang bagi dua lengkok bulatan yang sama ialah 3 : 2. Jika lengkok yang lebih kecil mencangkung sudut $\frac{4\pi}{9}$ rad pada pusat bulatan, cari luas sektor yang sepadan dengan lengkok yang lebih besar, dengan keadaan jejari bulatan ialah 9 cm. The ratio of the lengths of the two equal arcs of a circle is 3 : 2. If the smaller arc subtends an angle of $\frac{4\pi}{9}$ rad at the centre of the circle, find the area of the sector corresponding to the larger arc, such that the radius of the circle is 9 cm. [3 markah / 3 marks]

Jawapan / Answer:

(a) $\theta = \frac{\pi}{3}$
 $= \frac{\pi}{3} \text{ rad}$
 Luas sektor / Area of the sector
 $= \frac{1}{2} (6)^2 \left(\frac{\pi}{3} \right)$
 $= 6\pi \text{ cm}^2$
 $= 18.85 \text{ cm}^2$

(b) $\frac{4\pi}{9} = \theta$
 $\frac{\theta}{3} = \frac{2\pi}{9}$
 $\theta = \frac{4\pi}{9}$
 Luas sektor / Area of the sector
 $= \frac{1}{2} (9)^2 \left(\frac{4\pi}{9} \right)$
 $= 27\pi$
 $= 84.82 \text{ cm}^2$

Elemen Pembinaan Item

JADUAL SPESIFIKASI UJIAN (JSU) MATEMATIK TAMBAHAN TINGKATAN 5																
KERTAS MODEL SPM																
NO. SOALAN	TAJUK	SP	TING	OBJEKT PENILAIAN												JUMLAH MARKAH
				OPS. PENGETAHUAN DAN KETERAMPILAN			OPS. KEMAMPUAN MENYAPU			OPS. KEMAMPUAN MENYELUSUSKAN MASALAH			OPS. KEMAMPUAN MENYELUSUSKAN MASALAH			
				B	S	T	B	S	T	B	S	T	B	S	T	
BAGIAN A																
1	Pungsi Kuadratik	2.3.1	4													3
2	Pungsi	2.3.2, 2.3.4	4					1		2	5					3
3	Perentas	2.3.3, 2.3.5	4							2	3	3				3
4	Pengamiran	3.3.1, 3.4.2	5									3				3
5	Pungsi Kuadratik	2.3.1, 2.3.4	4									2	1	5		3
6	Pengamiran	3.3.1, 3.4.2	5								3	4				3
7	Vektor	3.2.1, 3.3.1, 3.3.3	4					3								3
8	Geometri Koordinat	2.2.1	4							3	3					3
9	Trigonometri	3.3.1, 3.3.2	4												3	3
10	Trigonometri	3.3.1, 3.3.2	4							2	4					3
11	Polinomial dan Gabungan	2.1.1, 2.1.2	5													3
12	Talokan Kalarangan	5.1.4	5							2	2					3
BAGIAN B																
13	Pungsi Kuadratik	2.3.1, 2.3.2	4									2	4	4		3
14	Pungsi Trigonometri	3.3.1, 3.3.2	5									2	4	4		3
15	Talokan Memulut	5.1.1, 5.1.2, 5.1.3	5									2	3	3		3

Jadual Spesifikasi Ujian (JSU)

Cakupan soalan mengikut tajuk dinyatakan dalam jadual ini.

Resos Digital Guru

Di platform , guru yang menerima guna (*adoption*) siri Excel PBD KSSM diberi akses kepada EG-i dan bahan sokongan ekstra PdPc untuk tempoh satu tahun.

Apakah itu ?

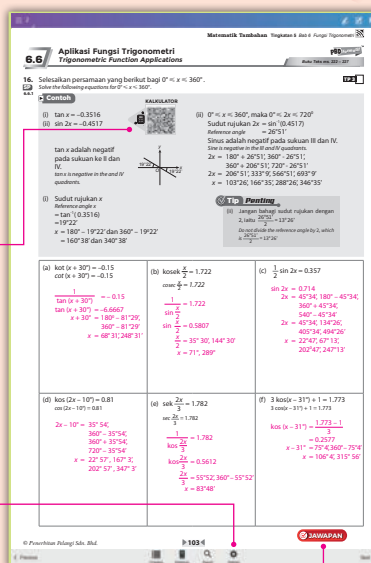
EG-i merupakan versi digital dan interaktif Edisi Guru Excel PBD secara dalam talian. Versi ini akan dapat mengoptimumkan penggunaan teknologi dalam pengajaran, memaksimumkan kesan PdPc dan membangunkan suasana pembelajaran yang menyeronokkan serta responsif dalam kalangan murid.



Halaman Contoh

Klik Kod QR untuk mengakses bahan dalam kod QR seperti Info, Video, Video Tutorial, Video Penyelesaian, Kalkulator dan lain-lain.

Pilih paparan halaman (single/ double page) dan bahasa antara muka melalui **Setting**.



Alat sokongan lain:

-  Pen
-  Sticky Note
-  Unit Converter
-  Ruler
-  Calculator
-  Bookmark



Bagaimanakah saya dapat mengakses semua bahan di ePelangi+ ?



Klik butang  untuk memaparkan atau menyembunyikan jawapan semasa penyampaian PdPc.

Langkah 1 DAFTAR AKAUN

Bagi pengguna baharu ePelangi+, imbas kod QR di atas atau layari plus.pelangibooks.com. Klik **REGISTER** untuk *Create my new account*.

Semak e-mel dan klik pautan untuk mengaktifkan akaun.

Langkah 2 ENROLMEN

LOG IN ke akaun ePelangi+. Klik **Full Access** dan **Secondary [Full Access]**. Pilih tahun, siri, tingkatan dan tajuk yang dikehendaki. Masukkan **Enrolment Key** untuk enrol.

Hubungi wakil Pelangi untuk mendapatkan Enrolment Key.

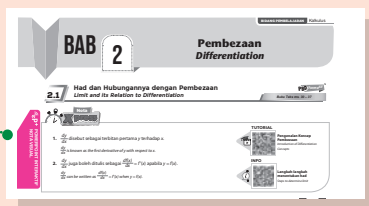
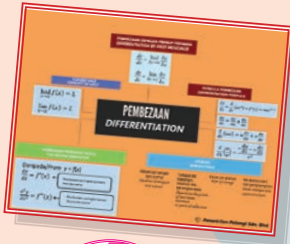
Langkah 3 AKSES RESOS DIGITAL

Klik bahan untuk dimuat turun, diedit atau dimainkan.

Contoh Halaman Edisi Guru dengan Cadangan Bahan Sokongan PdPc Ekstra

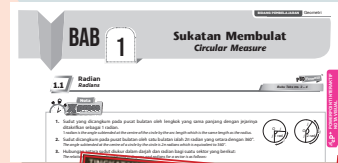
eP+ Nota Visual

Nota berwarna dalam bentuk grafik yang menarik. 



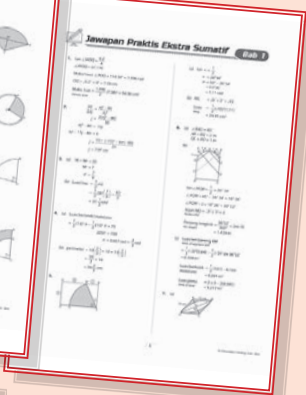
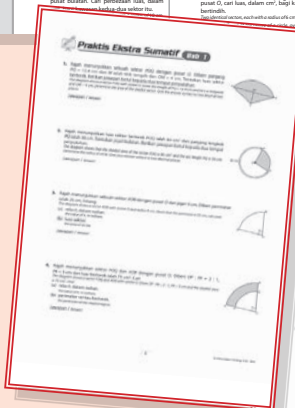
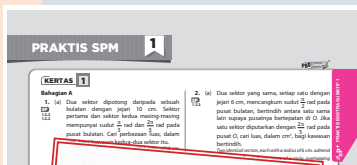
eP+ PowerPoint

Slaid pengajaran PPT yang meliputi setiap topik dan subtopik. 



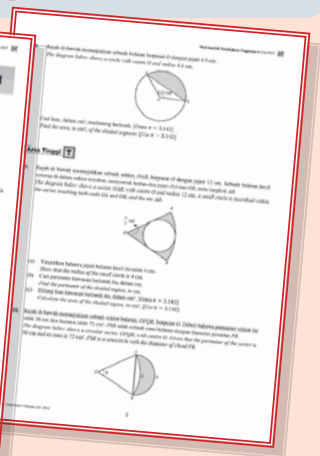
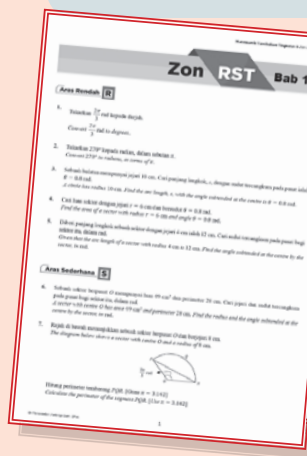
eP+ Praktis Ekstra Sumatif

Praktis pengukuhan konsep mengikut topik. 



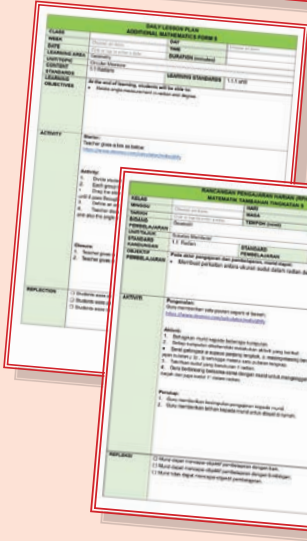
eP+ Zon RST

Soalan bagi setiap topik yang berdasarkan tiga aras kesukaran, iaitu Aras Rendah (R), Sederhana (S) dan Tinggi (T). 



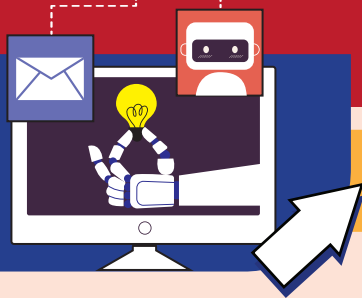
eP+ e-RPH

Rancangan Pengajaran Harian dalam bentuk MS Word. 



-  Boleh dimuat turun
-  Boleh dimainkan
-  Boleh diedit





Koleksi Bahan Digital Sokongan

Imbas kod QR di bawah untuk terus mengakses dan memuat turun bahan sokongan digital yang disediakan.



Masteri ke Arah SPM



Tutorial



Info



KBAT Ekstra



Video



Penyelesaian



Kalkulator



Aktiviti PAK-21



Projek STEM



Praktis Intensif & Strategi Menjawab



Kukuh Kemahiran



Kertas Model SPM



Jawapan

Bonus Edisi Guru



e-RPH



Zon RST



Nota Visual

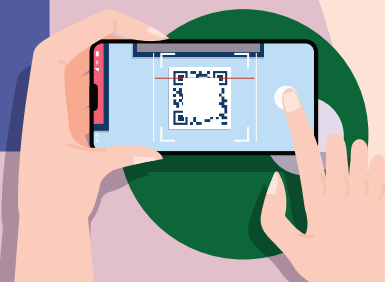


PowerPoint Interaktif



Sila akses ke
ePelangi+
untuk
mendapatkan
bahan digital
eksklusif!

- ▶ Edisi Guru Interaktif dengan butang **JAWAPAN**
- ▶ Edisi Guru PDF
- ▶ Jadual Spesifikasi Ujian (JSU)
- ▶ Simulasi
- ▶ Praktis Ekstra Sumatif



Kandungan

Rekod Pentaksiran Murid

iv – vi

►► GEOMETRI

BAB 1	Sukatan Membulat <i>Circular Measure</i>	1
1.1	Radian    	1
1.2	Panjang Lengkuk Suatu Bulatan  	2
1.3	Luas Sektor Suatu Bulatan   	6
1.4	Aplikasi Sukatan Membulat  	12
Praktis SPM 1   		13

BAB 2	Pembezaan <i>Differentiation</i>	22
2.1	Had dan Hubungannya dengan Pembezaan     	22
2.2	Pembezaan Peringkat Pertama 	23
2.3	Pembezaan Peringkat Kedua 	25
2.4	Aplikasi Pembezaan     	27
Praktis SPM 2   		36

BAB 3	Pengamiran <i>Integration</i>	42
3.1	Pengamiran Sebagai Songsangan Pembezaan    	42
3.2	Kamiran Tak Tentu  	43
3.3	Kamiran Tentu    	45
3.4	Aplikasi Pengamiran 	50
Praktis SPM 3   		51

►► STATISTIK

BAB 4	Pilih Atur dan Gabungan <i>Permutation and Combination</i>	58
4.1	Pilih Atur     	58
4.2	Gabungan   	65
Praktis SPM 4   		68

BAB 5	Taburan Kebarangkalian <i>Probability Distribution</i>	71
5.1	Pemboleh Ubah Rawak     	71
5.2	Taburan Binomial    	75
5.3	Taburan Normal     	82
Praktis SPM 5   		88

►► TRIGONOMETRI

BAB 6 Fungsi Trigonometri Trigonometric Functions		92
6.1	Sudut Positif dan Sudut Negatif	92
	Nota Xpress Tutorial PowerPoint	
6.2	Nisbah Trigonometri bagi Sebarang Sudut	93
	Nota Xpress Info	
6.3	Graf Fungsi Sinus, Kosinus dan Tangen	96
	Tutorial Simulasi	
6.4	Identiti Asas	98
	Nota Xpress	
6.5	Rumus Sudut Majmuk dan Rumus Sudut Berganda	99
	Nota Xpress Tutorial	
6.6	Aplikasi Fungsi Trigonometri	103
	Kalkulator Penyelesaian	
Praktis SPM 6	Praktis	109

►► ALGEBRA

BAB 7 Pengaturcaraan Linear Linear Programming		113
7.1	Model Pengaturcaraan Linear	113
	Nota Xpress Info Penyelesaian PowerPoint	

7.2	Aplikasi Pengaturcaraan Linear	117
	Nota Xpress Tutorial	

Praktis SPM 7	Praktis	123
---------------	---------	-----

►► KALKULUS

BAB 8 Kinematik Gerakan Linear Kinematics of Linear Motion		127
8.1	Sesaran, Halaju dan Pecutan sebagai Fungsi Masa	127
	Nota Xpress Info Tutorial Penyelesaian PowerPoint	
8.2	Pembezaan dalam Kinematik Gerakan Linear	136
	Nota Xpress	
8.3	Pengamiran dalam Kinematik Gerakan Linear	140
	Nota Xpress Tutorial	
8.4	Aplikasi Kinematik Gerakan Linear	143
	Tutorial	
Praktis SPM 8	Praktis	147



**BAHAN
DIGITAL**

MASTERI KE ARAH
SPM



KBAT EKSTRA



AKTIVITI PAK-21



PROJEK STEM



PRAKTIS INTENSIF &
STRATEGI MENJAWAB



KUKUH KEMAHIRAN



KERTAS MODEL
SPM



JSU

JAWAPAN



Rekod Pentaksiran Murid

MATEMATIK TAMBAHAN

Tingkatan 5

Nama:

Tingkatan:

BAB	STANDARD PRESTASI		HALAMAN	PENCAPAIAN	
	TAHAP PENGUASAAN	TAFSIRAN		(✓) MENGUASAI	(X) BELUM MENGUASAI
BIDANG PEMBELAJARAN: GEOMETRI					
1 Sukatan Membulat	TP1	Mempamerkan pengetahuan asas tentang sukatan membulat.	1, 2		
	TP2	Mempamerkan kefahaman tentang sukatan membulat	3		
	TP3	Mengaplikasikan kefahaman tentang sukatan membulat untuk melaksanakan tugas mudah.	3, 6		
	TP4	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang sukatan membulat dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang mudah.	4, 7, 8		
	TP5	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang sukatan membulat dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang kompleks.	5, 9 – 12		
	TP6	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang sukatan membulat dalam konteks penyelesaian masalah bukan rutin secara kreatif.	12		
BIDANG PEMBELAJARAN: KALKULUS					
2 Pembezaan	TP1	Mempamerkan pengetahuan asas tentang pembezaan.	22		
	TP2	Mempamerkan kefahaman tentang pembezaan.	22, 23		
	TP3	Mengaplikasikan kefahaman tentang pembezaan untuk melaksanakan tugas mudah.	22 – 24, 26, 27		
	TP4	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang pembezaan dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang mudah.	24, 25, 27, 28, 30, 32		
	TP5	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang pembezaan dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang kompleks.	34, 35		
	TP6	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang pembezaan dalam konteks penyelesaian masalah bukan rutin secara kreatif.	29, 31, 33		
BIDANG PEMBELAJARAN: KALKULUS					
3 Pengamiran	TP1	Mempamerkan pengetahuan asas tentang pengamiran.	42		
	TP2	Mempamerkan kefahaman tentang pengamiran.	43		
	TP3	Mengaplikasikan kefahaman tentang pengamiran untuk melaksanakan tugas mudah.	44, 45		

BAB	STANDARD PRESTASI		HALAMAN	PENCAPAIAN	
	TAHAP PENGUASAAN	TAFSIRAN		(✓) MENGUASAI	(x) BELUM MENGUASAI
	TP4	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang pengamiran dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang mudah.	46 – 48		
	TP5	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang pengamiran dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang kompleks.	49		
	TP6	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang pengamiran dalam konteks penyelesaian masalah bukan rutin secara kreatif.	50		
BIDANG PEMBELAJARAN: STATISTIK					
4 Pilih Atur Dan Gabungan	TP1	Mempamerkan pengetahuan asas tentang pilih atur dan gabungan.	58		
	TP2	Mempamerkan kefahaman tentang pilih atur dan gabungan.	59, 65, 66		
	TP3	Mengaplikasikan kefahaman tentang pilih atur dan gabungan untuk melaksanakan tugas mudah.	61		
	TP4	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang pilih atur dan gabungan dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang mudah.	62		
	TP5	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang pilih atur dan gabungan dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang kompleks.	63, 66		
	TP6	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang pilih atur dan gabungan dalam konteks penyelesaian masalah bukan rutin secara kreatif.	64, 66		
BIDANG PEMBELAJARAN: STATISTIK					
5 Taburan Kebarangkalian	TP1	Mempamerkan pengetahuan asas tentang pemboleh ubah rawak.	71, 72		
	TP2	Mempamerkan kefahaman tentang taburan kebarangkalian.	82, 84		
	TP3	Mengaplikasikan kefahaman tentang taburan kebarangkalian untuk melaksanakan tugas mudah.	79, 83		
	TP4	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang taburan kebarangkalian dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang mudah.	72, 76, 79, 85, 86		
	TP5	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang taburan kebarangkalian dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang kompleks.	73, 74, 78, 80		
	TP6	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang taburan kebarangkalian dalam konteks penyelesaian masalah bukan rutin secara kreatif.	75		
BIDANG PEMBELAJARAN: TRIGONOMETRI					
6 Fungsi Trigonometri	TP1	Mempamerkan pengetahuan asas tentang fungsi trigonometri.	92		
	TP2	Mempamerkan kefahaman tentang fungsi trigonometri.	93, 94		

BAB	STANDARD PRESTASI		HALAMAN	PENCAPAIAN	
	TAHAP PENGUASAAN	TAFSIRAN		(✓) MENGUASAI	(x) BELUM MENGUASAI
	TP3	Mengaplikasikan kefahaman tentang fungsi trigonometri untuk melaksanakan tugas mudah.	94, 95, 102, 103		
	TP4	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang fungsi trigonometri dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang mudah.	95, 96, 99 – 101, 104		
	TP5	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang fungsi trigonometri dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang kompleks.	96, 105		
	TP6	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang fungsi trigonometri dalam konteks penyelesaian masalah bukan rutin secara kreatif.	97, 98, 107		
BIDANG PEMBELAJARAN: ALGEBRA					
7 Pengaturcaraan Linear	TP1	Mempamerkan pengetahuan asas tentang model pengaturcaraan linear.	113		
	TP2	Mempamerkan kefahaman tentang model pengaturcaraan linear.	115		
	TP3	Mengaplikasikan kefahaman tentang model pengaturcaraan linear untuk melaksanakan tugas mudah.	113 – 115		
	TP4	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang pengaturcaraan linear dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang mudah.	116		
	TP5	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang pengaturcaraan linear dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang kompleks.	118		
	TP6	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang pengaturcaraan linear dalam konteks penyelesaian masalah bukan rutin secara kreatif.	119		
BIDANG PEMBELAJARAN: KALKULUS					
8 Kinematik Gerakan Linear	TP1	Mempamerkan pengetahuan asas tentang sesaran, halaju dan pecutan.	127, 137		
	TP2	Mempamerkan kefahaman tentang sesaran, halaju dan pecutan.	129, 131		
	TP3	Mengaplikasikan kefahaman tentang sesaran, halaju dan pecutan untuk melaksanakan tugas mudah.	130, 134		
	TP4	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang kinematik gerakan linear dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang mudah.	133, 135, 137, 138, 140		
	TP5	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang kinematik gerakan linear dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang kompleks.	135, 136, 142		
	TP6	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang kinematik gerakan linear dalam konteks penyelesaian masalah bukan rutin secara kreatif.	143		

BAB

1

Sukatan Membulat Circular Measure

PBD Formatif

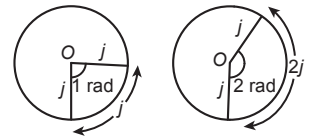
Buku Teks ms. 2 – 4

1.1

Radian Radians



- Sudut yang dicangkum pada pusat bulatan oleh lengkok yang sama panjang dengan jejariinya ditakrifkan sebagai 1 radian.
1 radian is the angle subtended at the centre of the circle by the arc length which is the same length as the radius.
- Sudut dicangkum pada pusat bulatan oleh satu bulatan ialah 2π radian yang setara dengan 360° .
The angle subtended at the centre of a circle by the circle is 2π radians which is equivalent to 360° .
- Hubungan antara sudut diukur dalam darjah dan radian bagi suatu sektor yang berikut:
The relation between angle measured in degrees and radians for a sector is as follows:



$$\frac{\theta^\circ}{360^\circ} = \frac{\theta \text{ rad}}{2\pi \text{ rad}} \text{ atau setaranya / or equivalently } \frac{\theta^\circ}{180^\circ} = \frac{\theta \text{ rad}}{\pi \text{ rad}}$$

TUTORIAL



Radian
Radians

- Tukarkan setiap yang berikut kepada darjah dan minit.

SP Convert each of the following into degrees and minutes.

1.1.1 Guna/Use $\pi = 3.142$.

TP 1

Contoh

$$\begin{aligned} \frac{4}{3} \pi \text{ rad} \\ 1 \pi \text{ rad} &= 180^\circ \\ \frac{4}{3} \pi \text{ rad} &= \frac{4}{3} \pi \times \frac{180^\circ}{\pi} \\ &= \frac{4}{3} \times 180^\circ \\ &= 240^\circ \end{aligned}$$

(a) 5.15 rad

$$\begin{aligned} 1 \pi \text{ rad} &= 180^\circ \\ 5.15 \text{ rad} &= 5.15 \times \frac{180^\circ}{\pi} \\ &= 295^\circ 2' \end{aligned}$$

(b) $\frac{3}{7} \pi \text{ rad}$

$$\begin{aligned} 1 \pi \text{ rad} &= 180^\circ \\ \frac{3}{7} \pi \text{ rad} &= \frac{3}{7} \pi \times \frac{180^\circ}{\pi} \\ &= \frac{3}{7} \times 180^\circ \\ &= 77^\circ 9' \end{aligned}$$

- Tukarkan setiap yang berikut kepada radian.

SP Convert each of the following into radians.

1.1.1 Guna/Use $\pi = 3.142$.

TP 1

Contoh

$$\begin{aligned} 319^\circ 14' \\ 180^\circ &= 1 \pi \text{ rad} \\ 319^\circ 14' &= 319^\circ 14' \times \frac{\pi}{180^\circ} \\ &= 319^\circ 14' \times \frac{3.142}{180^\circ} \\ &= 5.572 \text{ rad} \end{aligned}$$

(a) $134^\circ 24'$

$$\begin{aligned} 180^\circ &= 1 \pi \text{ rad} \\ 134^\circ 24' &= 134^\circ 24' \times \frac{\pi}{180^\circ} \\ &= 134^\circ 24' \times \frac{3.142}{180^\circ} \\ &= 2.346 \text{ rad} \end{aligned}$$

(b) $294^\circ 6'$

$$\begin{aligned} 180^\circ &= 1 \pi \text{ rad} \\ 294^\circ 6' &= 294^\circ 6' \times \frac{\pi}{180^\circ} \\ &= 294^\circ 6' \times \frac{3.142}{180^\circ} \\ &= 5.134 \text{ rad} \end{aligned}$$

1.3

Luas Sektor Suatu Bulatan Area of Sector of a Circle



1. Hubungan secara am antara sudut, panjang lengkok dan luas sektor adalah seperti berikut,
The relationship between angles, arc length and the area are as follows

$$\frac{\theta^\circ}{360^\circ} = \frac{\theta \text{ rad}}{2\pi \text{ rad}} = \frac{\text{panjang lengkok / arc length, } s}{2\pi j} = \frac{\text{luas sektor / area of sector}}{\text{luas bulatan / area of circle}}$$

2. Luas sektor bulatan, L , dapat ditentukan dengan menggunakan
The area of a sector of the circle, L , can be determined by using

$$L = \frac{1}{2}j^2\theta$$

dengan j ialah jejari bulatan dan θ radian ialah sudut terangkum oleh sektor di pusat bulatan.

where j is the radius of the circle and θ radian is the angle subtended by the sector at the centre of the circle.

TUTORIAL



Luas Sektor Suatu Bulatan
Sector Area of a Circle

INFO



Cara mencari rumus panjang perentas, luas sektor dan luas tembereng.

Steps to find the length of chord, the area of sector and the area of segment.

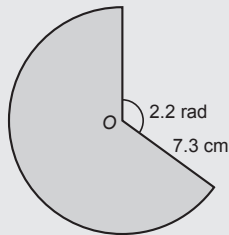
8. Tentukan luas sektor berlorek bagi setiap bulatan yang berikut. Beri jawapan anda betul kepada dua tempat perpuluhan.

SP
1.3.1

TP 3

Determine the area of the shaded sector for each of the following circles. Give your answer correct to two decimal places.

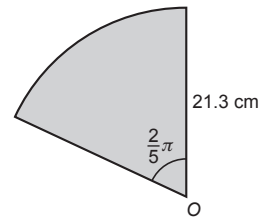
Contoh



Sudut terangkum = $(2\pi - 2.2)$ rad
Subtended angle

$$\begin{aligned} L &= \frac{1}{2}j^2\theta \\ &= \frac{1}{2}(7.3)^2(2\pi - 2.2) \\ &= \frac{1}{2} \times 53.29 \times 4.084 \\ &= 108.82 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

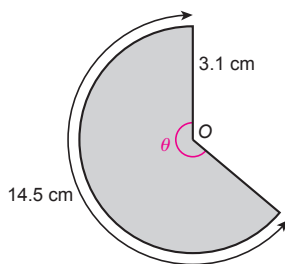
(a)



Sudut terangkum = $\frac{2}{5}\pi$ rad
Subtended angle

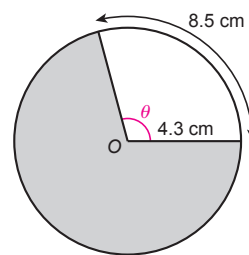
$$\begin{aligned} L &= \frac{1}{2}j^2\theta \\ &= \frac{1}{2}(21.3)^2\left(\frac{2\pi}{5}\right) \\ &= \frac{1}{2} \times 453.69 \times 1.2568 \\ &= 285.09 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

(b)



$$\begin{aligned} s &= j\theta \\ 14.5 &= 3.1\theta \\ \theta &= 4.677 \text{ rad} \\ L &= \frac{1}{2}j^2\theta \\ &= \frac{1}{2}(3.1)^2(4.677) \\ &= \frac{1}{2} \times 9.61 \times 4.677 \\ &= 22.47 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

(c)



$$\begin{aligned} s &= j\theta \\ 8.5 &= 4.3\theta \\ \theta &= 1.977 \text{ rad} \\ \text{Sudut terangkum} &= (2\pi - 1.977) \text{ rad} \\ \text{Subtended angle} \\ L &= \frac{1}{2}j^2\theta \\ &= \frac{1}{2}(4.3)^2(2\pi - 1.977) \\ &= \frac{1}{2} \times 18.49 \times 4.307 \\ &= 39.82 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$



9. Tentukan jejari bagi sektor bulatan berlorek yang berikut. Beri jawapan betul kepada dua tempat perpuluhan.

SP
1.3.1

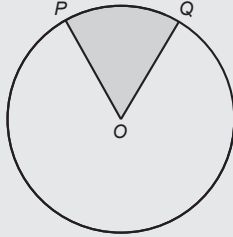
Determine the radius of the following shaded sectors of circles. Give your answer correct to two decimal places.

TP 4

Contoh

Diberi bahawa luas sektor ialah 43 cm^2 dan panjang lengkok PQ ialah 9.5 cm .

Given that the area of the sector is 43 cm^2 and the arc length of PQ is 9.5 cm .



$$\frac{9.5}{2\pi j} = \frac{43}{\pi j^2}$$

$$9.5 \times \pi j^2 = 43 \times 2\pi j$$

$$9.5\pi j^2 = 86\pi j$$

$$j = \frac{86}{9.5}$$

$$= 9.05 \text{ cm}$$

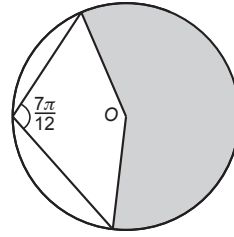
Tip Penting

Guna $\frac{\text{luas sektor}}{\text{luas bulatan}} = \frac{\theta}{2\pi}$

Use $\frac{\text{area of sector}}{\text{area of circle}} = \frac{\theta}{2\pi}$

- (a) Diberi bahawa luas sektor berpusat O ialah 56 cm^2 .

Given that the area of the sector with centre O is 56 cm^2 .



$$\theta = \frac{7\pi}{12} \times 2 = \frac{7\pi}{6}$$

$$\frac{1}{2}j^2 \left(\frac{7\pi}{6} \right) = 56$$

$$j^2 = \frac{56 \times 12}{7\pi} = \frac{96}{\pi}$$

$$j = 5.53 \text{ cm}$$

- (b) Diberi bahawa luas sektor A ialah empat kali luas sektor B apabila sudut yang terangkum adalah sama. Tunjukkan bahawa jejari bagi sektor A adalah dua kali panjang jejari bagi sektor B .

Given that the area of sector A is four times the area of sector B when the subtended angle is the same. Show that the radius of sector A is twice the length of the radius of sector B .

$$\frac{1}{2}(j_1)^2\theta : \frac{1}{2}(j_2)^2\theta = 4 : 1$$

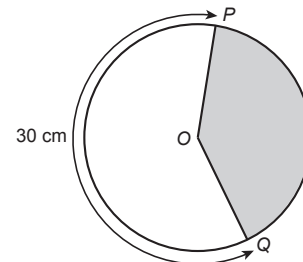
$$\frac{j_1^2}{j_2^2} = \frac{4}{1}$$

$$\frac{j_1}{j_2} = \frac{2}{1}$$

$$j_1 = 2j_2$$

(Ditunjukkan/Shown)

- (c)



Diberi bahawa luas sektor berlorek ialah 80 cm^2 dan panjang lengkok major PQ ialah 30 cm .

Given that the area of the shaded sector is 80 cm^2 and the major arc length PQ is 30 cm .

Tip Penting

Guna/ Use

$\frac{\text{panjang lengkok}}{\text{lilitan bulatan}} = \frac{\text{luas sektor}}{\text{luas bulatan}}$

$\frac{\text{arc length}}{\text{circumference}} = \frac{\text{area of sector}}{\text{area of circle}}$

$$\frac{30}{2\pi j} = \frac{\pi j^2 - 80}{\pi j^2}$$

$$j = \frac{2(\pi j^2 - 80)}{30}$$

$$\pi j^2 - 80 = 15j$$

$$\pi j^2 - 15j - 80 = 0$$

$$j = \frac{15 \pm \sqrt{(-15)^2 - 4\pi(-80)}}{2\pi}$$

$$j = 7.97 \text{ cm}$$

1.4

Aplikasi Sukatan Membulat Application of Circular Measures

PBD Formatif

Buku Teks ms. 20 – 27

TUTORIAL

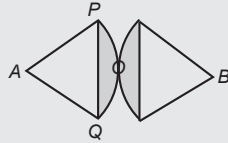


Aplikasi Sukatan Membulat
Application of Circular Measures

13. Selesaikan masalah yang berikut.

SP Solve the following problems.
1.4.1

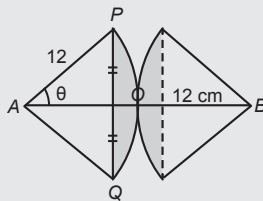
Contoh



Rajah menunjukkan satu corak yang dibina daripada dua sektor serupa menyentuh satu sama lain di O dan dengan pusat masing-masing A dan B. Diberi panjang perentas PQ ialah 16 cm dan $AB = 24$ cm. Cari

The diagram shows a pattern made up of two similar sectors with centres A and B respectively and touch each other at O. Given that the chord PQ is 16 cm and $AB = 24$ cm. Find

- $\angle PAQ$ dalam radian.
 $\angle PAQ$ in radians.
- perimeter rantau berlorek.
the perimeter of the shaded region.
- luas rantau berlorek.



$$(i) \sin \theta = \frac{8}{12} \\ = 41.81^\circ = 0.73 \text{ rad}$$

$$\angle PAQ = 1.46 \text{ rad}$$

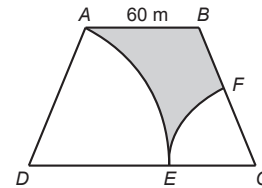
$$(ii) \text{ Perimeter rantau berlorek} \\ \text{Perimeter of the shaded region} \\ = 2[16 + 12(1.46)] \\ = 67.04 \text{ cm}$$

$$(iii) \text{ Luas rantau berlorek} \\ \text{Area of shaded region} \\ = 2 \left[\frac{1}{2}(12)^2(1.46) - \frac{1}{2}(12)^2 \sin 83.62^\circ \right] \\ = 67.13 \text{ cm}^2$$

PENYELESAIAN



(a)



Rajah menunjukkan sekeping tanah yang berbentuk trapezium ABCD kepunyaan Henri, dengan panjang $AD = BC$ dan $DC = 2AB$. Henri ingin memagar kawasan itu dengan pagar 340 m. The diagram shows a piece of land in the shape of trapezium ABCD owned by Henri, with the lengths $AD = BC$ and $DC = 2AB$. Henri wants to fence his land with 340 m of fencing.

- Cari $\angle ADC$, dalam radian.
Find $\angle ADC$, in radians.
- Sektor ADE berpusat D dan sektor ECF berpusat C akan digunakan untuk menanam sayur dan bahagian yang tertinggal diliputi dengan rumput. Cari luas yang diliputi dengan rumput.
The sectors ADE with centre D and ECF with centre C will be used to plant vegetables, and the remaining will be covered with grass. Find the area covered by grass.

$$(i) \text{ Panjang } AD / \text{Length of } AD \\ = \frac{340 - 60 - 120}{2} = 80 \text{ m} \\ \cos / \cos \angle ADC = \frac{30}{80} \\ \angle ADC = 67.98^\circ \\ 67.98^\circ = \frac{67.98 \times 3.142}{180} = 1.1866 \text{ rad} \\ \angle ADC = 1.1866 \text{ rad}$$

$$(ii) \text{ Luas trapezium } ABCD / \text{Area of trapezium } ABCD \\ = \frac{1}{2}(60 + 120)(80 \sin 67.98^\circ) \\ = 6674.78 \text{ m}^2 \\ \text{Luas sektor } ADE / \text{Area of sector } ADE \\ = \frac{1}{2}(80)^2(1.1866) \\ = 3797.12 \text{ m}^2 \\ \text{Luas sektor } ECF / \text{Area of sector } ECF \\ = \frac{1}{2}(40)^2(1.1866) \\ = 949.28 \text{ m}^2 \\ \text{Luas diliputi rumput} / \text{Area covered by grass} \\ = 6674.78 - 3797.12 - 949.28 \\ = 1928.38 \text{ m}^2$$

KERTAS 1

Bahagian A

- SP**
1.3.3
1.2.2
1. (a) Dua sektor dipotong daripada sebuah bulatan dengan jejari 10 cm. Sektor pertama dan sektor kedua masing-masing mempunyai sudut $\frac{\pi}{3}$ rad dan $\frac{2\pi}{5}$ rad pada pusat bulatan. Cari perbezaan luas, dalam cm^2 , bagi kawasan kedua-dua sektor itu.

Two sectors are cut from a circle with a radius of 10 cm. The first sector and the second sector have angles of $\frac{\pi}{3}$ rad and $\frac{2\pi}{5}$ rad respectively at the centre of the circle. Find the difference in area, in cm^2 , of the two sectors.

[3 markah / 3 marks]

- (b) Satu perentas mencangkum sudut $\frac{3\pi}{4}$ rad pada pusat bulatan dengan jejari 8 cm. Hitung perimeter tembereng minor, dalam cm, yang dibentuk oleh perentas dan lengkok.

A chord subtends an angle of $\frac{3\pi}{4}$ rad at the centre of a circle with a radius of 8 cm. Calculate the perimeter of the minor segment, in cm, formed by the chord and the arc.

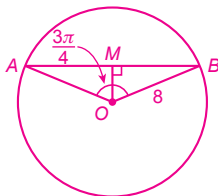
[3 markah / 3 marks]

Jawapan / Answer:

- (a) Perbezaan luas / Difference in area

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2}r^2\left(\frac{2\pi}{5}\right) - \frac{1}{2}r^2\left(\frac{\pi}{3}\right) \\ &= \frac{1}{5}\pi r^2 - \frac{1}{6}\pi r^2 \\ &= \frac{1}{30}\pi r^2 \\ &= \frac{1}{30}\pi(10)^2 \\ &= \frac{10}{3}\pi \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

- (b) $\frac{3\pi}{4} = 135^\circ$
 $\sin\left(\frac{135^\circ}{2}\right) = \frac{BM}{8}$
 $BM = 7.391$
 $AB = 2 \times 7.391$
 $= 14.782 \text{ cm}$



Panjang lengkok AB = $8\left(\frac{3\pi}{4}\right) = 6\pi$
 Length of arc AB

Perimeter tembereng minor
 Perimeter of the minor segment

$$\begin{aligned} &= 14.782 + 6\pi \\ &= 14.782 + 6(3.142) \\ &= 33.63 \text{ cm} \end{aligned}$$

- SP**
1.3.3
2. (a) Dua sektor yang sama, setiap satu dengan jejari 6 cm, mencangkum sudut $\frac{\pi}{2}$ rad pada pusat bulatan, bertindih antara satu sama lain supaya pusatnya bertepatan di O. Jika satu sektor diputar dengan $\frac{2\pi}{5}$ rad pada pusat O, cari luas, dalam cm^2 , bagi kawasan bertindih.

Two identical sectors, each with a radius of 6 cm, subtend an angle of $\frac{\pi}{2}$ rad at the centre of a circle, overlapping each other so that the centres coincide at O. If one sector is rotated by $\frac{2\pi}{5}$ rad about the centre O, find the area, in cm^2 , of the overlapping region.

[2 markah / 2 marks]

- (b) Nisbah panjang bagi dua lengkok bulatan yang sama ialah 3 : 2. Jika lengkok yang lebih kecil mencangkum sudut $\frac{4\pi}{9}$ rad pada pusat bulatan, cari luas sektor yang sepadan dengan lengkok yang lebih besar, dengan keadaan jejari bulatan ialah 9 cm.

The ratio of the lengths of the two equal arcs of a circle is 3 : 2. If the smaller arc subtends an angle of $\frac{4\pi}{9}$ rad at the centre of the circle, find the area of the sector corresponding to the larger arc, such that the radius of the circle is 9 cm.

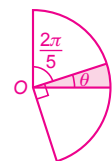
[3 markah / 3 marks]

Jawapan / Answer:

(a) $\theta = \frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{5}$
 $= \frac{\pi}{10} \text{ rad}$

Luas sektor / Area of the sector

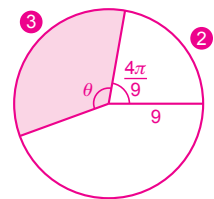
$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2}(6)^2\left(\frac{\pi}{10}\right) \\ &= 5.655 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$



(b) $\frac{\frac{4\pi}{9}}{\theta} = \frac{2}{3}$
 $\frac{2\pi}{3} = \theta$
 $\theta = \frac{2\pi}{3} \text{ rad}$

Luas sektor / Area of the sector

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2}(9)^2\left(\frac{2\pi}{3}\right) \\ &= 27\pi \\ &= 84.83 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$



Jawapan / Answer:

$$(a) \frac{1}{2}(2j)^2\alpha = 21.6 \dots\dots ①$$

$$4j + 2j\alpha = 19.2 \dots\dots ②$$

(b) Daripada/From ①,

$$j\alpha = \frac{10.8}{j}$$

$$4j + 2\left(\frac{10.8}{j}\right) = 19.2$$

$$4j^2 + 21.6 - 19.2j = 0$$

$$j^2 - 4.8j + 5.4 = 0$$

$$10j^2 - 48j + 54 = 0$$

$$5j^2 - 24j + 27 = 0$$

$$(5j - 9)(j - 3) = 0$$

$$j = \frac{9}{5} \text{ atau/or } j = 3$$

$$\alpha = \frac{10.8}{\left(\frac{9}{5}\right)^2} \text{ atau/or } \alpha = \frac{10.8}{9}$$

$$\alpha = \frac{10}{3} \text{ rad atau/or } \alpha = 1.2 \text{ rad}$$

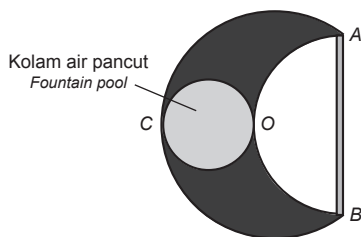
(c) $MN = \sqrt{12^2 - 6^2}$
 $= \sqrt{108}$
 $= 6\sqrt{3} \text{ cm}$

Bahagian B

8. Rajah di bawah menunjukkan pelan kawasan rekreasi berbentuk tembereng major sebuah bulatan.

SP
1.4.1

The diagram below shows a plan for a recreation region in the shape of a major segment of a circle.



Pintu masuknya ialah AB, dengan lebar 20 m. AB juga ialah diameter semibulatan, dengan keadaan lilitannya melalui pusat O tembereng itu. Kolam air pancut ialah kawasan yang berlorek.

The entrance is AB, with a width of 20 m. AB is also the diameter of a semicircle, such that the circumference passes through the centre O of the segment. The fountain pool is the shaded region.

- (a) Cari jejari tembereng major kawasan rekreasi.

Find the radius of the major segment of the recreation region.

[1 markah / 1 mark]

- (b) Cari perimeter keseluruhan kawasan rekreasi itu dalam sebutan π .

Find the perimeter of the entire recreation region in terms of π .

[2 markah / 2 marks]

- (c) Bahagian yang berwarna hitam ditanam dengan rumput. Cari luas yang diliputi oleh rumput dalam sebutan π .

The black part is planted with grass. Find the area covered by the grass in terms of π .

[4 markah / 4 marks]

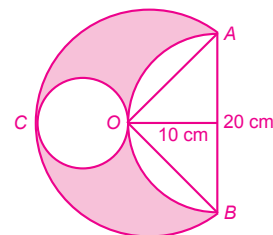
- (d) Seterusnya, cari kos untuk menanam rumput jika harganya ialah RM60 per m^2 .

Then, find the cost to plant the grass if the price is RM60 per m^2 .

[1 markah / 1 mark]

Jawapan / Answer:

- (a)



$$OA = \sqrt{10^2 + 10^2}$$

$$= 10\sqrt{2} \text{ m}$$

- (b) Perimeter

$$= \frac{3}{4}[2\pi(10\sqrt{2})] + 20$$

$$= [15\sqrt{2}\pi + 20] \text{ m}$$

- (c) Luas diliputi oleh rumput

Area covered by grass

$$= \frac{3}{4}\pi(10\sqrt{2})^2 + \frac{1}{2}(10\sqrt{2})^2 - \frac{1}{2}\pi(10)^2 - \pi(5\sqrt{2})^2$$

$$= \frac{3}{4}\pi(200) + 100 - 50\pi - 50\pi$$

$$= 50\pi + 100$$

$$= 50(\pi + 2) \text{ m}^2$$

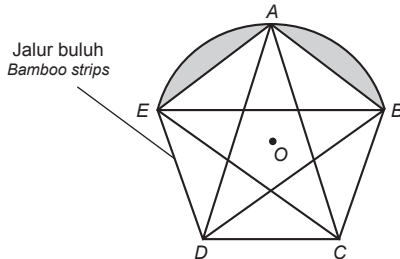
- (d) Kos/Cost = $50(\pi + 2)(\text{RM}60)$

$$= \text{RM}15\,426$$

9. Rajah di bawah menunjukkan sebuah layang-layang berbentuk pentagon sekata $ABCDE$ yang terterap di dalam satu bulatan berjari 30 cm dari pusat O .

SP 1.3.2

The diagram below shows a kite in the shape of a regular pentagon $ABCDE$ that is inscribed in a circle with a radius of 30 cm from the center O .



Kertas yang berwarna digunakan untuk membina kedua-dua tembereng yang berlorek berpusat O juga. Jalur buluh digunakan untuk membina bingkai dan bentuknya.

The paper with colour is used to construct the two shaded sections centered at O as well. Bamboo strips are used to build the frame and shape.

- (a) Cari sudut $\angle AOB$, dalam sebutan π .
Find the angle $\angle AOB$, in terms of π .
[2 markah / 2 marks]
- (b) Tentukan sama ada 5 m jalur buluh mencukupi untuk membuat bingkai layang-layang itu.
Determine whether the 5 m bamboo strips are enough to make the frame of the kite.
[4 markah / 4 marks]
- (c) Kertas kuning akan digunakan untuk membentuk tembereng AE dan AB . Cari jumlah luas tembereng itu.
Yellow paper is used to cover the segments AE and AB . Find the total area of the segment.
[2 markah / 2 marks]

KERTAS 2

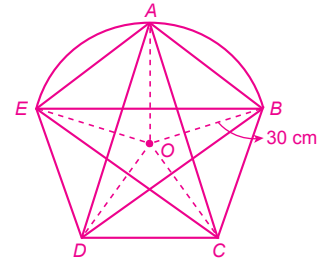
Bahagian A

1. Bayangkan lengan robot dengan dua tembereng. Tembereng pertama, OA , sepanjang 50 cm dan berputar pada titik O . Tembereng kedua, AB , sepanjang 30 cm dan dilekatkan pada hujung tembereng pertama di titik A . Pada mulanya, kedua-dua tembereng dijajarkan secara mendatar ke kanan. Kemudian, tembereng OA berputar melawan arah jam sebanyak $\frac{2\pi}{3}$ rad. Selepas itu, tembereng AB berputar melawan arah jam sebanyak $\frac{5\pi}{6}$ rad berbanding kedudukan baharunya.
Imagine a robotic arm with two segments. The first segment, OA , is 50 cm long and rotates at point O . The second segment, AB , is 30 cm long and is attached to the end of the first segment

SP 1.4.1

Jawapan / Answer:

(a)



$$\begin{aligned}\angle AOB &= \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ \\ &= \frac{2\pi}{5}\end{aligned}$$

(b) panjang lengkok AB

$$\begin{aligned}\text{arc length of } AB \\ &= 30\left(\frac{2\pi}{5}\right) = 12\pi\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Panjang } AB &= \sqrt{30^2 + 30^2 - 2(30)^2 \cos 72^\circ} \\ \text{Length of } AB &= 35.27 \text{ cm}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Panjang } AC &= \sqrt{30^2 + 30^2 - 2(30)^2 \cos 144^\circ} \\ \text{Length of } AC &= 57.06 \text{ cm}\end{aligned}$$

Jumlah panjang jalur buluh

$$\begin{aligned}\text{Total length of bamboo strips} \\ &= 2(12\pi) + 5(35.27) + 5(57.06) \\ &= 537.05 \text{ cm} \\ &= 5.37 \text{ m} > 5 \text{ m (Tidak mencukupi / Not enough)}\end{aligned}$$

(c) Luas tembereng AB dan AE

$$\begin{aligned}\text{Area of the segments } AB \text{ and } AE \\ &= 2\left[\frac{1}{2}(30)^2\left(\frac{2\pi}{5}\right) - \frac{1}{2}(30)^2 \sin 72^\circ\right] \\ &= 275.17 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

at point A . Initially, both segments are aligned horizontally to the right. Then, segment OA rotates anticlockwise by $\frac{2\pi}{3}$ rad. After that, segment AB rotates anticlockwise by $\frac{5\pi}{6}$ rad relative to its new position. **KBAT** Menganalisis

- (a) Berapakah jumlah sudut (dalam radian) yang telah diputar oleh tembereng AB daripada kedudukan mendatar pada awalnya?
What is the total angle (in radians) that segment AB has rotated from its initial horizontal position?

[2 markah / 2 marks]

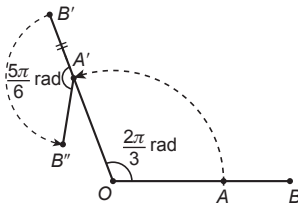
- (b) Tentukan sesaran titik B dari kedudukan awalnya.
Determine the displacement of point B from its initial position.

[5 markah / 5 marks]



Tip Menjawab

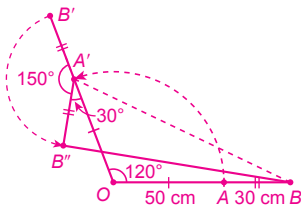
- (a) Lakarkan lengan robot dengan dua tembereng.
Sketch the robotic arms with two segments



- (b) Cari panjang $B''B$.
Find the length $B''B$.

Jawapan / Answer:

(a)

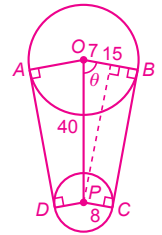


$$\begin{aligned} \text{Jumlah sudut} &= \frac{5\pi}{6} + \frac{2\pi}{3} \\ \text{Total angle} &= \frac{9\pi}{6} \\ &= \frac{3\pi}{2} \text{ rad} \end{aligned}$$

- (b) $(A'B)^2 = 50^2 + 80^2 - 2(50)(80) \cos 120^\circ$
 $A'B = 113.58 \text{ cm}$
 $\frac{\sin \angle OA'B}{80} = \frac{\sin 120^\circ}{113.58}$
 $\angle OA'B = \sin^{-1}(0.610)$
 $= 37.59^\circ$
 $\angle B''A'B = 37.59^\circ + 30^\circ$
 $= 67.59^\circ$
 $(B''B)^2 = 30^2 + 113.58^2 - 2(30)(113.58) \cos 67.59^\circ$
 $B''B = 105.84 \text{ cm}$

Jawapan / Answer:

- (a) $\cos \theta = \frac{7}{40}$
 $\therefore \theta = 79.92^\circ$
 $\therefore \angle AOB = \angle DPC$
 $= 159.84^\circ$
 $= 2.79 \text{ rad.}$



- (b) $\angle AOB$ major
 $= 2\pi - 2.79$
 $\therefore$ Panjang lengkok major AB
Major arc length AB
 $= 15(2\pi - 2.79) \text{ cm}$

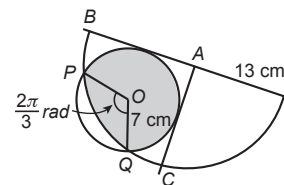
$$\begin{aligned} AD = BC &= \sqrt{40^2 - 7^2} \\ &= 39.38 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Panjang lengkok minor DC} \\ \text{Minor arc length DC} \\ &= 8(2.79) \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Jumlah panjang / Total length} \\ &= 2(39.38) + 15(2\pi - 2.79) + 8(2.79) \\ &= 153.49 \text{ cm} \end{aligned}$$

3. Rajah di bawah menunjukkan sebuah bulatan dengan pusat O, dan sebuah semibulatan dengan pusat A.
 SP 1.4.1

The diagram below shows a circle with centre O, and a semicircle with centre A.



BA dan AC ialah tangen kepada bulatan, dengan keadaan $\angle BAC = \frac{\pi}{2}$ rad. Semibulatan dan bulatan tersebut bersilang pada titik P dan Q, dengan keadaan $\angle POQ = \frac{2\pi}{3}$ rad. Diberi bahawa jejari semibulatan ialah 13 cm dan jejari bulatan ialah 7 cm.

BA and AC are tangents to the circle, such that $\angle BAC = \frac{\pi}{2}$ rad. The semicircle and the circle intersect at point P and point Q, such that $\angle POQ = \frac{2\pi}{3}$ rad. Given that the radius of the semicircle is 13 cm and the radius of the circle is 7 cm.

- (a) Hitung panjang, dalam cm, perentas PQ.
 Calculate the length, in cm, of the chord PQ.
 [2 markah / 2 marks]
- (b) Tunjukkan bahawa luas rantau yang berlorek betul kepada dua tempat perpuluhan ialah 136.17 cm^2 .
 Show that the area of the shaded region correct to two decimal places is 136.17 cm^2 .
 [5 markah / 5 marks]

2. Dua takal, satu dengan jejari 15 cm dan satu lagi dengan jejari 8 cm, mempunyai pusatnya 40 cm dipisahkan. Tali pinggang melilit kedua-dua takal dengan kuat.
 SP 1.4.1

Two pulleys, one with a radius of 15 cm and the other with a radius of 8 cm, have their centres 40 cm apart. A belt wraps around both pulleys tightly.

- (a) Apakah sudut pusat (dalam radian) yang dicangkum oleh lengkok sentuhan pada takal yang lebih kecil?
 What is the central angle (in radians) subtended by the contact arc on the smaller pulley?

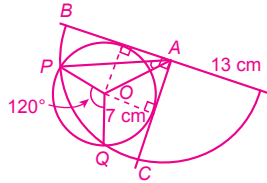
[3 markah / 3 marks]

- (b) Anggarkan jumlah panjang, dalam cm, tali pinggang.

Estimate the total length, in cm, of the belt

[4 markah / 4 marks]

Jawapan / Answer:



$$(a) PQ = \sqrt{7^2 + 7^2 - 2(7)^2 \cos 120^\circ} = 12.12 \text{ cm}$$

$$(b) \text{Luas / Area } \Delta POQ = \frac{1}{2}(7)^2 \sin 120^\circ = 21.22 \text{ cm}^2$$

Jejari / Radius AB = 13 cm.

$$\angle PAO = 2 \times \sin^{-1} \frac{6.06}{13} = 55.57^\circ$$

Luas tembereng PQ

Area of segment PQ

$$= \frac{55.57^\circ}{360^\circ} \times \pi(13)^2 - \frac{1}{2}(13)^2 \sin 55.57^\circ = 12.27 \text{ cm}^2$$

Luas rantau berlorek

= Luas tembereng PQ + Luas ΔPOQ + Luas sektor major PQ.

Area of the shaded region

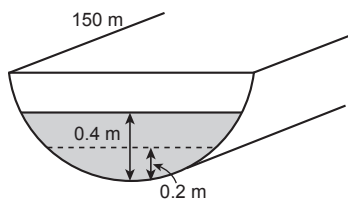
= Area of segment PQ + Area ΔPOQ + Area of the major sector PQ.

$$= 12.27 + 21.22 + \frac{1}{2}(7)^2 \left(2\pi - \frac{2\pi}{3} \right) = 136.13 \text{ cm}^2$$

4. Rajah di bawah menunjukkan keratan rentas sebuah longkang berbentuk semibulatan dengan diameter 1.2 m dan panjangnya ialah 150 m.

SP 1.4.1

The diagram below shows a cross section of a semicircular drain with a diameter of 1.2 m and 150 m long.

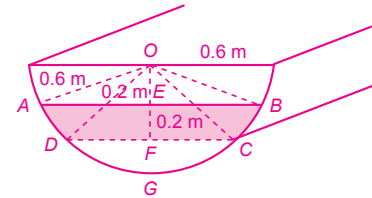


Longkang itu diisi dengan air sehingga 0.4 m. Kemudian, air mengalir keluar dari longkang itu sehingga tingginya dari dasar longkang ialah 0.2 m. Cari isi padu air yang telah mengalir keluar.

The drain is filled with water up to 0.4 m. Then, the water flows out of the drain until the height from the bottom of the drain is 0.2 m. Find the volume of water that has flown out.

[7 markah / 7 marks]

Jawapan / Answer:



$$\cos / \cos \angle AOE = \frac{0.2}{0.6} \quad \angle AOE = 70.53^\circ$$

$$\angle AOB = 141.06^\circ = 2.462 \text{ rad.}$$

Luas tembereng AGB

Area of segment AGB

$$= \frac{1}{2}(0.6)^2(2.462) - \frac{1}{2}(0.6)^2 \sin 141.06^\circ = 0.33 \text{ m}^2$$

$$\cos / \cos \angle DOF = \frac{0.4}{0.6} \quad \angle DOF = 48.19^\circ$$

$$\angle DOC = 96.38^\circ = 1.682 \text{ rad}$$

Luas tembereng DGC

Area of segment DGC

$$= \frac{1}{2}(0.6)^2(1.682) - \frac{1}{2}(0.6)^2 \sin 96.38^\circ = 0.124 \text{ m}^2$$

$\therefore$ Luas ABCD = 0.33 - 0.124

Area of ABCD = 0.206 m²

Isi padu air mengalir keluar

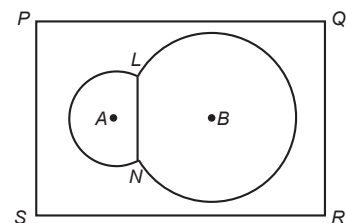
Volume of water that has flown out

$$= 0.206 \times 150 = 30.9 \text{ m}^3$$

5. Fanny mempunyai sekeping tanah berbentuk segi empat tepat PQRS, dengan luas $H \text{ m}^2$, seperti yang ditunjukkan dalam Rajah. Dia bercadang untuk menanam bunga ros dalam tembereng kecil berpusat A, manakala dalam tembereng besar berpusat B, dia akan menanam bunga orkid.

SP 1.3.2

Fanny has a piece of land in the shape of rectangle PQRS, with an area of $H \text{ m}^2$, as shown in the diagram. She plans to plant roses in the small segment centred at A, while in the large segment centred at B, she will plant orchids.



Nisbah jejari sektor kecil kepada sektor besar ialah $1 : \sqrt{3}$. Diberi bahawa $\angle_{\text{minor}} LAN = \frac{2\pi}{3}$ dan $\angle_{\text{major}} LBN = \frac{5\pi}{3}$.

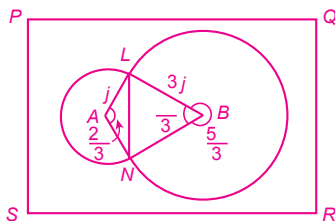
Jika j m ialah jejari bagi tembereng berpusat A, tunjukkan bahawa luas kawasan yang tidak ditanam dengan ros atau orkid ialah $\left[H - j^2 \left(\frac{19\pi}{6} + \sqrt{3} \right) \right] \text{ m}^2$.

The ratio of the radius of the small sector to the large sector is $1 : \sqrt{3}$. It is given that $\angle_{\text{minor}} LAN = \frac{2\pi}{3}$ and $\angle_{\text{major}} LBN = \frac{5\pi}{3}$.

If j m is the radius of the segment with centre A, show that the area of the region that is not planted with roses or orchids is $\left[H - j^2 \left(\frac{19\pi}{6} + \sqrt{3} \right) \right] \text{ m}^2$.

[6 markah / 6 marks]

Jawapan / Answer:



Luas kawasan ditanam dengan ros

Area of the region planted with roses

$$= \frac{1}{2} j^2 \left(\frac{4\pi}{3} \right) + \frac{1}{2} j^2 \sin 120^\circ$$

$$= \frac{2\pi}{3} j^2 + \frac{1}{4} j^2 \sqrt{3}$$

Luas kawasan ditanam dengan orkid

Area of the region planted with orchids

$$= \frac{1}{2} j^2 \left(\frac{5\pi}{3} \right) (3) + \frac{1}{2} (\sqrt{3}j)^2 \sin 60^\circ$$

$$= \frac{5\pi}{2} j^2 + \frac{3}{2} j^2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$= \frac{5\pi}{2} j^2 + \frac{3\sqrt{3}}{4} j^2$$

Jumlah luas kawasan ditanam dengan ros dan orkid

Total area of the region planted with roses and orchids

$$= \frac{2\pi}{3} j^2 + \frac{5\pi}{2} j^2 + \frac{\sqrt{3}}{4} j^2 + \frac{3\sqrt{3}}{4} j^2$$

$$= \frac{19\pi}{6} j^2 + \sqrt{3} j^2$$

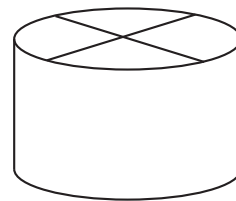
$\therefore$ Luas kawasan tidak ditanam dengan ros dan orkid

Area of the region that is not planted with roses and orchids

$$= \left[H - j^2 \left(\frac{19\pi}{6} + \sqrt{3} \right) \right] \text{ m}^2$$

6. Emak Jane membuat sebiji kek dengan diameter 30 cm seperti yang ditunjukkan dalam Rajah (a). Dia membahagikan kek itu kepada 10 keping yang sama saiz. Kemudian, dia ingin menyusun 6 keping kek itu dalam sebuah kotak berbentuk segi empat tepat seperti ditunjukkan dalam Rajah (b).

Jane's mother makes a round cake with a diameter of 30 cm as shown in Diagram (a). She divides the cake into 10 equal pieces. Then, she wants to arrange 6 pieces in a rectangular box as shown in Diagram (b).



Rajah (a)



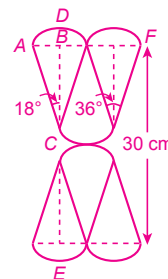
Rajah (b)

Anda dikehendaki menolong emak Jane mencari satu kotak segi empat tepat dengan dimensi minimum yang dapat menyimpan enam keping kek itu. Beri jawapan betul kepada 1 cm yang terdekat.

You are required to help Jane's mother to find a rectangular box with a minimum dimension that can keep the six pieces of cake. Give the answer correct to the nearest 1 cm.

[6 markah / 6 marks]

Jawapan / Answer:



$$\cos 18^\circ = \frac{BC}{15}$$

$$\therefore BC = 15 \cos 18^\circ = 14.27 \text{ cm}$$

$$\therefore BD = 15 - 14.27 = 0.73 \text{ cm}$$

$$\therefore \text{panjang DE} = 30 + 2(0.73)$$

$$= 31.46 \text{ cm}$$

$$\sin 18^\circ = \frac{AB}{15}$$

$$AB = 4.64 \text{ cm}$$

$$\therefore AF = 4(4.64)$$

$$= 18.56 \text{ cm}$$

Dimensi minimum kotak ialah 32 cm $\times$ 19 cm.

The minimum dimension of the box is 32 cm $\times$ 19 cm

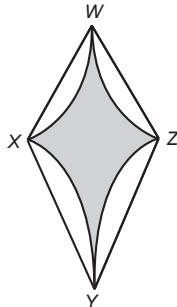


Bahagian B

7. Persatuan Matematik SMK Smart mengunjurkan satu pertandingan mencipta logo untuk persatuannya.

SP
1.3.3

The SMK Smart Mathematics Association organises a competition to create a logo for its association.



Rajah di atas menunjukkan logo direka oleh Ron. Panjang lengkok WX dan WZ masing-masing ialah 4.8 cm, iaitu daripada sektor yang sama dengan jejari 6 cm. Panjang lengkok XY dan ZY masing-masing ialah 5.6 cm, dan daripada dua sektor lain yang sama dengan jejari 8 cm.

The diagram above shows the logo designed by Ron. The lengths of the arcs WX and WZ are each 4.8 cm, which is from the same sector with a radius of 6 cm. The lengths of the arcs XY and ZY are each 5.6 cm respectively, and of the other two similar sectors of radius 8 cm.

- (a) Cari panjang, dalam cm, WX dan XY.

Find the lengths, in cm, of WX and XY.

[4 markah / 4 marks]

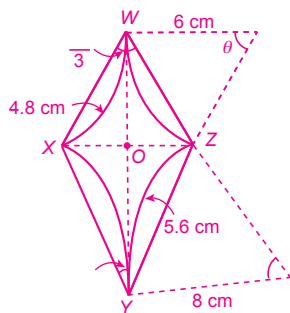
- (b) Jika $\angle XWZ = \frac{\pi}{3}$ rad, cari luas rantau yang berlorek.

If $\angle XWZ = \frac{\pi}{3}$ rad, find the area of the shaded region.

[6 markah / 6 marks]

Jawapan / Answer:

(a)



$$4.8 = 6\theta$$

$$\theta = 0.8 \text{ rad} = 45.84^\circ$$

$$WX = \sqrt{6^2 + 6^2 - 2(6)^2 \cos 45.84^\circ} \\ = 4.67 \text{ cm}$$

$$5.6 = 8\alpha$$

$$\alpha = \frac{5.6}{8}$$

$$= 0.7 \text{ rad}$$

$$= 40.10^\circ$$

$$XY = \sqrt{8^2 + 8^2 - 2(8)^2 \cos 40.10^\circ} \\ = 5.485 \text{ cm}$$

$$(b) \sin 30^\circ = \frac{OX}{4.67} \quad \therefore OX = 2.335 \text{ cm}$$

$$\sin \beta = \frac{2.335}{5.485} \quad \therefore \beta = 25.2^\circ$$

Luas tembereng WX

Area of segment WX

$$= \frac{1}{2}(6)^2(0.8) - \frac{1}{2}(6)^2 \sin 45.84^\circ \\ = 1.49 \text{ cm}^2$$

Luas tembereng XY

Area of segment XY

$$= \frac{1}{2}(8)^2(0.9) - \frac{1}{2}(8)^2 \sin 40.10^\circ \\ = 8.19 \text{ cm}^2$$

Luas rantau berlorek

Area of the shaded region

$$= \frac{1}{2}(4.67)^2 \sin 60^\circ - 2(1.49) + \\ \frac{1}{2}(5.485)^2 \sin 50.4^\circ - 2(8.19) \\ = 1.674 \text{ cm}^2$$



<https://qr.pelangibooks.com/?u=POTMT5>

Enrolment key: Yfr2Z*tA



BAB 2

Pembezaan Differentiation

2.1

Had dan Hubungannya dengan Pembezaan Limit and its Relation to Differentiation

PBD Formatif

Buku Teks ms. 30 – 37

Nota

Xpress

- $\frac{dy}{dx}$ disebut sebagai terbitan pertama y terhadap x .
 $\frac{dy}{dx}$ is known as the first derivative of y with respect to x .
- $\frac{dy}{dx}$ juga boleh ditulis sebagai $\frac{df(x)}{dx} = f'(x)$ apabila $y = f(x)$.
 $\frac{dy}{dx}$ can be written as $\frac{df(x)}{dx} = f'(x)$ when $y = f(x)$.

TUTORIAL



Pengenalan Konsep Pembezaan
Introduction of Differentiation Concepts

INFO



Langkah-langkah menentukan had
Steps to determine limit

- Cari nilai had bagi fungsi yang berikut.
Find the limit for each of the following functions.

TP1

TP2

Contoh

$$\begin{aligned} \text{had/} \lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt{x} - 4}{x - 16} \\ &= \text{had/} \lim_{x \rightarrow 16} \frac{(\sqrt{x} - 4)(\sqrt{x} + 4)}{(x - 16)(\sqrt{x} + 4)} \\ &= \text{had/} \lim_{x \rightarrow 16} \frac{(x - 16)}{(x - 16)(\sqrt{x} + 4)} \\ &= \text{had/} \lim_{x \rightarrow 16} \frac{1}{\sqrt{x} + 4} \\ &= \frac{1}{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(a) } \text{had/} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4} \\ &= \text{had/} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}{(x - 4)(\sqrt{x} + 2)} \\ &= \text{had/} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - 4}{(x - 4)(\sqrt{x} + 2)} \\ &= \text{had/} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{1}{\sqrt{x} + 2} \\ &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b) } \text{had/} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x}{4 - \sqrt{x + 16}} \\ &= \text{had/} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x(4 + \sqrt{x + 16})}{(4 - \sqrt{x + 16})(4 + \sqrt{x + 16})} \\ &= \text{had/} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x(4 + \sqrt{x + 16})}{16 - (x + 16)} \\ &= -(4 + \sqrt{20}) \\ &= -(4 + 2\sqrt{5}) \end{aligned}$$

- Cari $\frac{dy}{dx}$ dengan menggunakan prinsip pertama bagi setiap fungsi $y = f(x)$ yang berikut.
Find $\frac{dy}{dx}$ by using the first principles for each of the following functions $y = f(x)$.

TP3

Contoh

$$\begin{aligned} y &= 2x - 1 \\ y + \delta y &= 2(x + \delta x) - 1 \\ 2x - 1 + \delta y &= 2x + 2\delta x - 1 \\ \delta y &= 2\delta x \\ \frac{\delta y}{\delta x} &= 2 \\ \text{Maka/Thus } \frac{dy}{dx} &= \text{had/} \lim_{\delta x \rightarrow 0} \frac{\delta y}{\delta x} \\ &= \text{had/} \lim_{\delta x \rightarrow 0} 2 \\ &= 2 \end{aligned}$$

Tip Penting

Gunakan/ Use
 $\frac{dy}{dx} = \text{had/} \lim_{\delta x \rightarrow 0} \frac{\delta y}{\delta x}$

$$\text{(a) } y = x(x - 4)$$

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 4x \\ y + \delta y &= (x + \delta x)^2 - 4(x + \delta x) \\ x^2 - 4x + \delta y &= x^2 + 2x\delta x + (\delta x)^2 - 4x - 4\delta x \\ \delta y &= (2x - 4 + \delta x)\delta x \\ \frac{\delta y}{\delta x} &= 2x - 4 + \delta x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Maka/Thus } \frac{dy}{dx} &= \text{had/} \lim_{\delta x \rightarrow 0} \frac{\delta y}{\delta x} \\ &= \text{had/} \lim_{\delta x \rightarrow 0} (2x - 4 + \delta x) \\ &= 2x - 4 \end{aligned}$$

BAB 3

Pengamiran Integration

3.1

Pengamiran Sebagai Songsangan Pembezaan Integration as the inverse of Differentiation

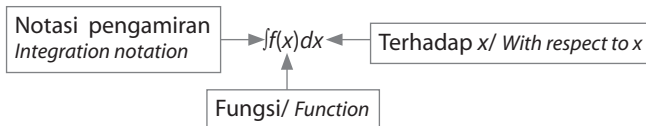
PBD Formatif

Buku Teks ms. 82 – 84

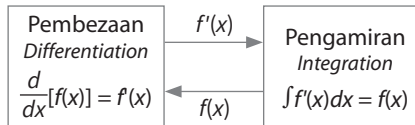
POWERPOINT INTERAKTIF



1. Songsangan bagi pembezaan dikenali sebagai pengamiran.
An inverse to differentiation is known as integration.
2. Notasi bagi pengamiran ialah
The notation for integration is



3. Diagram showing the relationship between differentiation and integration:



4. Secara am, kita boleh tulis seperti berikut:
In general, we can write as follows:

Jika/ If $\frac{d}{dx}[f(x)] = f'(x)$, maka/ hence $\int f'(x) dx = f(x)$.

TUTORIAL



Pengamiran sebagai songsangan pembezaan
Integration as the inverse of differentiation

INFO



MazeBab3

1. Cari songsangan pembezaan yang berikut.
Find the following inverse of differentiation.

SP 3.1.1

Contoh

Diberi/Given $\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{3}x^7\right) = \frac{7}{3}x^6$, cari/find $\int \frac{7}{3}x^6 dx$.

Pembezaan bagi $\frac{1}{3}x^7$ ialah $\frac{7}{3}x^6$.

Differentiation of $\frac{1}{3}x^7$ is $\frac{7}{3}x^6$.

Jadi/So

$$\int \frac{7}{3}x^6 dx = \frac{1}{3}x^7.$$

(a) Diberi/Given $\frac{d}{dx}(5x^4 + 3x) = 20x^3 + 3$, cari/find $\int (20x^3 + 3) dx$.

Pembezaan bagi $5x^4 + 3x$ ialah $20x^3 + 3$.
Differentiation of $5x^4 + 3x$ is $20x^3 + 3$.

Jadi/So

$$\int (20x^3 + 3) dx = 5x^4 + 3x$$

(b) Diberi/Given $\frac{d}{dx}\left(\frac{x}{1-x}\right) = \frac{1}{(1-x)^2}$, cari/find $\int \frac{1}{(1-x)^2} dx$.

Pembezaan bagi $\frac{x}{1-x}$ ialah $\frac{1}{(1-x)^2}$.

Differentiation of $\frac{x}{1-x}$ is $\frac{1}{(1-x)^2}$.

Jadi/So

$$\int \frac{1}{(1-x)^2} dx = \frac{x}{1-x}$$

(c) Diberi/Given $\frac{d}{dx}x(2x-1)^2 = (2x-1)(6x-1)$, cari/find $\int (2x-1)(6x-1) dx$.

Pembezaan bagi $x(2x-1)^2$ ialah $(2x-1)(6x-1)$.
Differentiation of $x(2x-1)^2$ is $(2x-1)(6x-1)$.

Jadi/So

$$\int (2x-1)(6x-1) dx = x(2x-1)^2$$

BAB

4

Pilih Atur dan Gabungan Permutation and Combination

4.1

Pilih Atur Permutation

PBD Formatif

Buku Teks ms. 120 – 131

Nota

Xpress

- Jika suatu peristiwa boleh berlaku dalam m cara dan suatu peristiwa kedua boleh berlaku dalam n cara, maka kedua-dua peristiwa boleh berlaku dalam $m \times n$ cara.
If an event can happen in m ways and another event can happen in n ways, then the two events can happen successively in $m \times n$ ways.
- Jika n objek yang berbeza disusun dalam satu baris, bilangan pilih atur ialah nP_n atau $n!$.
If n different objects are arranged in a row, the number of permutations is nP_n or $n!$.
- nP_n boleh ditulis dalam bentuk / nP_n can be written in the form:
 - $\frac{n!}{(n-n)!}$
 - $n!$
 - $n(n-1)(n-2) \dots 3.2.1$
- Bilangan pilih atur menyusun 0 objek ialah $0! = 1$.
The number of ways to arrange 0 objects is $0! = 1$.
- Contoh-contoh pilih atur:
Examples of permutations:
 - ${}^nP_0 = 0$
 - ${}^nP_1 = n$
 - ${}^nP_2 = n(n-1)$
 - $n(n-1)(n-2) = {}^nP_3$
 - ${}^nP_{n-1} = n!$
 - $n(n-1)(n-2) \dots 7.6 = {}^nP_{n-5}$

1. Selesaikan masalah berikut.

SP Solve the following problems.

4.1.1

TP1

▶ Contoh

Tom ingin memilih 1 batang pen dan 1 batang pembaris dari suatu dulang yang mengandungi 8 batang pen dan 7 batang pembaris. Berapa cara berlainan Tom boleh melakukannya?

Tom wants to choose a pen and a ruler from a tray which contains 8 pens and 7 rulers. In how many ways can this be done?

Tom terdapat 8 cara untuk memilih sebatang pen dan 7 cara untuk memilih sebatang pembaris dari dulang itu.

Mengikut petua pendaraban, jumlah cara ialah $8 \times 7 = 56$

Tom has 8 ways to choose a pen and 7 ways to choose a ruler from the tray

By using multiplication rule, the total number of ways is $8 \times 7 = 56$

- Terdapat 4 jenis seluar dan 5 jenis baju yang dijual di sebuah kedai. Cari bilangan cara Shirley boleh membeli sepasang seluar dan sepasang baju.

There are 4 types of trousers and 5 types of blouses being sold at a shop. Find the number of ways Shirley can buy a pair of trousers and a blouse.

Bilangan cara $= 4 \times 5 = 20$

Number of ways

BAB

5

Taburan Kebarangkalian Probability Distribution

5.1

Pemboleh Ubah Rawak Random Variable

PBD Formatif

Buku Teks ms. 142 – 151



1. Pemboleh ubah rawak ialah suatu pemboleh ubah dengan nilainya ialah kesudahan numerik yang dapat ditentukan daripada suatu fenomena rawak.
A random variable is a variable whose value is a numeric outcome from a random phenomenon.
2. Ruang sampel mengandungi semua kejadian yang mungkin.
A sample space contains all the possible outcomes.
3. Terdapat dua jenis pemboleh ubah rawak, iaitu pemboleh ubah rawak diskret dan pemboleh ubah rawak selanjar.
There are two types of random variables, namely discrete random variables and continuous random variables.
4. Pemboleh ubah rawak diskret adalah ditulis dalam bentuk tatatanda set, $X = \{x : x = 0, 1, 2, 3\}$ manakala pemboleh ubah rawak selanjar ditulis dalam bentuk tatatanda set, $Y = \{y : y \text{ ialah isi padu air dalam liter, } a < y < b\}$.
Discrete random variable is written in set notation, $X = \{x : x = 0, 1, 2, 3\}$ while the continuous random variable is written in set notation, $Y = \{y : y \text{ is the volume of water in litre, } a < y < b\}$.

INFO



Taburan kebarangkalian pemboleh ubah rawak diskret
Probability distribution for discrete random variable

TUTORIAL



Pemboleh ubah rawak & tatatanda set
Random variable & set notation

1. Lengkapkan yang berikut mengenai pemboleh ubah rawak.
Complete the followings related to the random variables.

SP
5.1.1

TP1

i-Think
Peta Pokok

Pemboleh ubah rawak Random variables

(a) **Pemboleh ubah rawak diskret**
Discrete random variable

(b) **Pemboleh ubah rawak selanjar**
Continuous random variable

(c) Pemboleh ubah rawak diskret ialah suatu pemboleh ubah yang dapat dikira. Jika kesudahan yang mungkin, X ialah 0, 1, 2, 3, 4 dan 5, maka ditulis dalam tatatanda set $X = \{x : x = 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$.
A discrete random variable is a variable which can be counted. If the possible outcomes of X are 0, 1, 2, 3, 4 and 5, thus, it is written in set notation, $X = \{x : x = 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$.

(d) Pemboleh ubah rawak selanjar ialah suatu pemboleh ubah Y yang nilainya tidak dapat dikira dan jika diambil nilai dari a ke b , maka ditulis dalam bentuk tatatanda set $Y = \{y : a \leq y \leq b\}$, dengan keadaan a dan b ialah pemalar dan a kurang dan bukan sama dengan b .
A continuous random variable is a variable Y whose value cannot be counted and if it takes values from a to b , thus, it is written in set notation, $Y = \{y : a \leq y \leq b\}$, where a and b are constants and a is smaller and not equal to b .

BAB 6

Fungsi Trigonometri Trigonometric Functions

6.1

Sudut Positif dan Sudut Negatif Positive Angles and Negative Angles

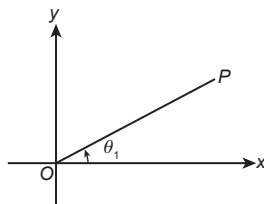
PBD Formatif

Buku Teks ms. 190 – 192

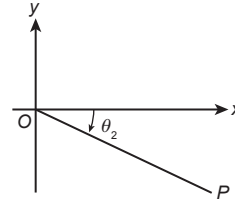
Nota

Xpress

- Rajah 1 menunjukkan garis OP berputar pada pusat O di atas satah Cartes dan berbentuk sudut θ_1 . Sudut θ_1 diukur dari paksi-x positif dalam arah lawan jam dikenali sebagai *sudut positif*.
Diagram 1 shows the line OP is rotated about the centre O on a Cartesian plane and forms an angle θ_1 . The angle θ_1 measured from the positive x -axis in the anticlockwise direction is defined as positive angle.
- Dalam Rajah 2, sudut θ_2 bermula dari paksi-x positif berputar mengikut arah jam dikenali sebagai *sudut negatif*.
In Diagram 2, the angle θ_2 is measured from the positive x -axis in the clockwise direction is defined as a negative angle.



Rajah 1 / Diagram 1



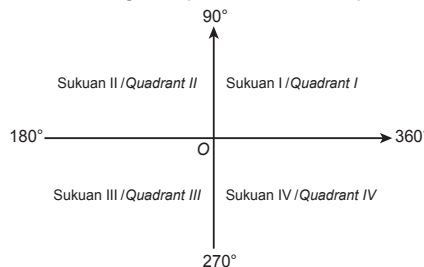
Rajah 2 / Diagram 2

- Satah Cartes dibahagikan kepada empat sukuan. Kedudukan suatu sudut dinyatakan dalam bentuk sukuan seperti di bawah.
The Cartesian plane is divided into four quadrants. Location of angles is specified in terms of quadrants as below.

TUTORIAL



**Sudut Positif
dan Sudut
Negatif**
Positive Angle and
Negative Angle



- Wakilkan setiap sudut berikut dalam satah Cartes dan nyatakan sukuannya.

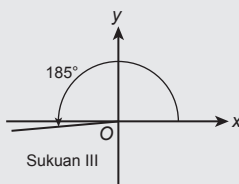
TPT

SP Represent each of the following angles on a Cartesian plane and state its quadrant.

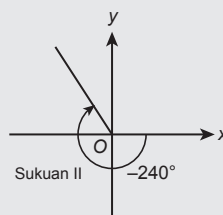
6.1.1

Contoh

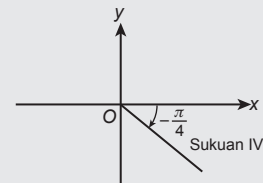
(i) 185°



(ii) -240°



$$\begin{aligned} \text{(iii)} \quad & \frac{-\pi}{4} \\ &= \frac{-180}{4} \\ &= -45^\circ \end{aligned}$$



Tip Penting

Ukur dari paksi-x yang positif
lawan arah jam.
*Measure from the positive x -axis in
the anticlockwise direction.*

Tip Penting

Ukur dari paksi-x positif yang
ikut arah jam.
*Measure from the positive x -axis in
the clockwise direction.*

Tip Penting

π rad setara dengan 180° .
 π rad is equivalent to 180° .

BAB 7

Pengaturcaraan Linear Linear Programming

PBD Formatif

7.1

Model Pengaturcaraan Linear Linear Programming Model

Buku Teks ms. 234 – 239



- Satu garis lurus $y = mx + c$ membahagikan satah Cartes kepada dua kawasan. Kawasan di atas garis lurus dan termasuk garis lurus ialah $y \geq mx + c$ manakala kawasan di bawah garis lurus termasuk garis lurus ialah $y \leq mx + c$
A line $y = mx + c$ divides a Cartesian plane into two regions. The region above the line including the line is $y \geq mx + c$ while the region below the line including the line is $y \leq mx + c$.
- Semua persamaan dan ketaksamaan dalam pengaturcaraan linear yang mempunyai dua pemboleh ubah, x dan y mesti dalam bentuk linear $a_0 + a_1x + a_2y = 0$ atau $a_0 + a_1x + a_2y \geq 0$.
All the equations and inequalities in the linear programming which contains two variables x and y must be in the linear form, $a_0 + a_1x + a_2y = 0$ or $a_0 + a_1x + a_2y \geq 0$.

INFO



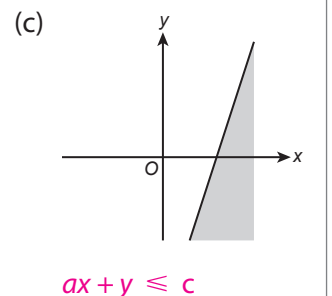
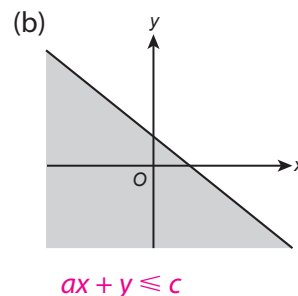
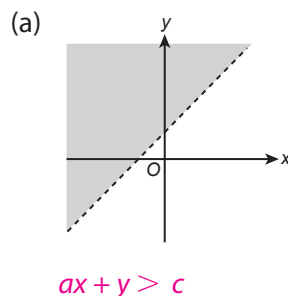
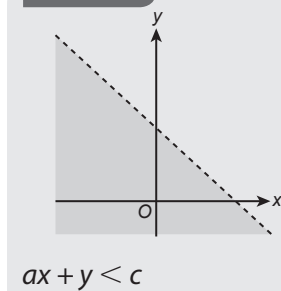
Simbol ketaksamaan dan keterangannya.
Inequality symbols and its details.

- Tuliskan ketaksamaan yang betul bagi setiap rajah yang berikut.

TP 1

SP 7.1.1

Contoh



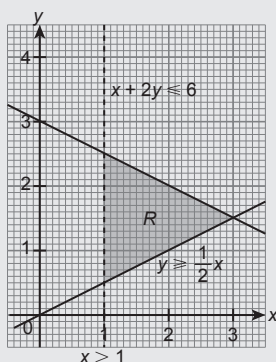
- Bina dan lorek rantau R yang memenuhi ketaksamaan linear yang diberi.

TP 3

SP 7.1.1

Contoh

$$x + 2y \leq 6, x > 1, 2y \geq x$$



Tip Penting

$x + 2y \leq 6$ (di bawah garis dan termasuk garis $x + 2y = 6$)
(under the line and include the line $x + 2y = 6$)
 $x > 1$ (sebelah kanan $x = 1$ tetapi tidak termasuk garis $x = 1$)
(right side of $x = 1$ but does not include $x = 1$)

BAB 8

Kinematik Gerakan Linear Kinematics of Linear Motion

8.1

Sesaran, Halaju dan Pecutan sebagai Fungsi Masa Displacement, Velocity and Acceleration as a Function of Time

Buku Teks ms. 252 – 259

PBD Formatif



- Sesaran** ialah kuantiti vektor yang mempunyai arah dan magnitud, manakala **jarak** ialah kuantiti skalar yang mempunyai magnitud sahaja.
A displacement is a vector quantity with magnitude and direction. while distance is a scalar quantity with magnitude only.
- Jika O ialah titik rujukan, maka sesaran positif, s bermakna kedudukan zarah berada di kanan O dan sesaran negatif, s bermakna kedudukan zarah berada di kiri O .
If O is the reference point, hence the positive displacement, s means the particle is on the right side of O and the negative displacement, s means the particle is on the left side of O .
- Sesaran sifar bermakna kedudukan zarah berada di O .
Zero displacement means the position of the particle is at O .
- Sesaran awal ialah sesaran apabila masa $t = 0$ saat.
Initial displacement is the displacement when $t = 0$ second.
- Sesaran seketika ialah sesaran pada suatu masa seketika tertentu.
Instantaneous displacement is the displacement at a given instant time.
- Jumlah jarak yang dilalui dalam p saat pertama ialah jumlah jarak yang dilalui dari masa $t = 0$ ke $t = p$.
Total distance travelled in the first p seconds is the total distance travelled from time $t = 0$ to $t = p$.
- Jumlah zarah yang dilalui dalam saat ke- p = jarak dilalui dalam p saat pertama – jarak dilalui dalam $(p - 1)$ saat pertama.
Total distance travelled in the p^{th} seconds = distance travelled in the first p seconds – distance travelled in the first $(p - 1)$ seconds.

TUTORIAL



Sesaran, halaju & pecutan
Displacement, velocity & acceleration

- Cari sesaran dan jumlah jarak bagi yang berikut.
Find the displacement and the total distance for the following.

SP
8.1.1

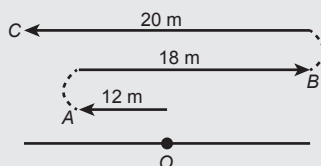
TP1

Contoh

Suatu zarah bermula dari titik O bergerak ke kiri 12 m sepanjang satu garis lurus. Zarah itu berhenti seketika di A dan mula bergerak ke kanan sejauh 18 m ke B . Selepas itu, zarah itu bergerak ke kiri sejauh 20 m ke C . Apakah

A particle moves 12 m from O to the left. It stops for a while at A and then moves 18 m to the right to B . Then, it moves 20 m to the left to C . What is

- sesarannya dari O ?
its displacement from O ?
- sesarannya dari B ?
its displacement from B ?
- sesarannya dari A ?
its displacement from A ?
- jumlah jarak pada akhir perjalanan zarah?
the total distance at the last journey of the particle?



- Sesarannya dari $O = 18 - 12 + (-20)$
Displacement from $O = -14$ m
- Sesarannya dari $B = -20$ m
Displacement from B

Tip Penting

- Kedudukan pada sebelah kanan titik rujukan dianggap sesaran positif dan kedudukan pada sebelah kiri titik rujukan dianggap sesaran negatif.
When you are on the right side of a reference point, the displacement is positive and when you are on the left side of it, the displacement is negative.
- Jumlah jarak ialah kuantiti skalar.
Total distance is a scalar quantity.

PENYELESAIAN



- Sesarannya dari $A = -2$ m
Displacement from A
- Jumlah jarak = jumlah semua perjalanan
Total distance = Total of all the journey
 $= (12 + 18 + 20)$ m
 $= 50$ m