

EXCEL PBD

MODUL PdPc & SPM

Tingkatan

4

KSSM

Pakej dan Keistimewaan

MATEMATIK TAMBAHAN

Additional Mathematics

Memantapkan
Pentaksiran Sumatif & SPM

Menyokong
Pembelajaran dan
Pemudahcaraan (PdPc)
Mesra Digital

Melancarkan
Pentaksiran Bilik Darjah (PBD)

Meningkatkan
Tahap Penguasaan Murid



Pakej istimewa direka khusus untuk membantu guru menjalankan PdPc sama ada secara bersemuka, hibrid atau digital.

EDISI GURU & MURID

- ⚡ Nota Xpress
- ⚡ PBD Formatif
- ⚡ Praktis SPM
- ⚡ Pentaksiran Akhir Tahun **Kod QR**
- ⚡ Jawapan **Kod QR**



INPUT DIGITAL

- ⚡ Pelbagai bahan sokongan pembelajaran dalam talian untuk murid dan guru



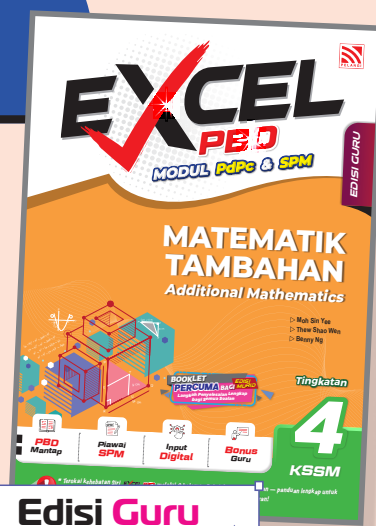
ePelangi+

Pelbagai bahan digital sokongan PdPc yang disediakan khas untuk guru di platform ePelangi+

EG-i

+

BAHAN
SOKONGAN
PdPc
EKSTRA!



Edisi **Guru**



Edisi **Murid**

EDISI GURU

Ciri-ciri Buku (Edisi Cetak)

1 Kandungan

Kandungan mengemukakan bahagian-bahagian buku berserta rujukan bahan-bahan digital sokongan dalam buku.

Kandungan	
Rekod Pentaksiran Murid	iv - vi
BAB 1 Fungsi	1
1.1 Fungsi	1
1.2 Fungsi Gabungan	6
1.3 Fungsi Songsang	10
Praktis SPM 1	14
BAB 2 Fungsi Kuadratik	21
2.1 Persamaan dan Ketaksamaan Kuadratik	21
2.2 Jenis-jenis Punca Persamaan Kuadratik	26
2.3 Fungsi Kuadratik	27
Praktis SPM 2	35
BAB 3 Sistem Persamaan	39
3.1 Sistem Persamaan Linear dalam Tiga Pemboleh Ubah	39
3.2 Persamaan Serentak yang melibatkan Satu Persamaan Linear dan Satu Persamaan Tak Linear	44
Praktis SPM 3	47
BAB 4 Indeks, Surd dan Logaritma	52
4.1 Hukum Indeks	52
4.2 Hukum Surd	55
4.3 Hukum Logaritma	59
4.4 Aplikasi Indeks, Surd dan Logaritma	64
Praktis SPM 4	65
BAB 5 Panjang	71
5.1 Panjang Arimetik	71
5.2 Panjang Geometri	75
Praktis SPM 5	81
BAB 6 Hukum Linear	87
6.1 Hubungan Linear dan Tak Linear	87
6.2 Hukum Linear dan Hubungan Tak Linear	93
6.3 Aplikasi Hukum Linear	97
Praktis SPM 6	100

2 Rekod Pentaksiran Murid

Jadual untuk catatan prestasi Tahap Penguasaan Murid.

Rekod Pentaksiran Murid					
MATEMATIK TAMBAHAN Tingkatan 4					
Name: _____					
BAB	TAPAK PENGUASAAN	TAFSIRAN	HALAMAN	UJI MENGENAL	UJI BILIK MENGENAL
BIDANG PEMBELAJARAN: ALGEBRA					
1 FUNGSI	TP1	Mengaplikasikan pengetahuan asas tentang fungsi.	1, 2		
	TP2	Mengaplikasikan kefahaman tentang fungsi.	2, 3, 10, 11		
	TP3	Mengaplikasikan kefahaman tentang fungsi untuk menyelesaikan tugasan mudah.	3, 7, 11, 12		
	TP4	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang fungsi dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang mudah.	8, 13		
	TP5	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang fungsi dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang kompleks.	13		
	TP6	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang fungsi dalam konteks penyelesaian masalah rutin secara kreatif.	9		
BIDANG PEMBELAJARAN: ALGEBRA					
2 KUADRATIK	TP1	Mengaplikasikan pengetahuan asas tentang fungsi kuadratik.	26		
	TP2	Mengaplikasikan kefahaman tentang fungsi kuadratik.	23, 26, 29		
	TP3	Mengaplikasikan kefahaman tentang fungsi kuadratik untuk menyelesaikan tugasan mudah.	21, 22, 26, 29, 30		
	TP4	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang fungsi kuadratik dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang mudah.	23, 25, 31, 32		
	TP5	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang fungsi kuadratik dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang kompleks.	33		
	TP6	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang fungsi kuadratik dalam konteks penyelesaian masalah rutin secara kreatif.	34		
BIDANG PEMBELAJARAN: ALGEBRA					
3 SISTEM PERSAMAAN	TP1	Mengaplikasikan pengetahuan asas tentang sistem persamaan.	39		
	TP2	Mengaplikasikan kefahaman tentang penyelesaian sistem persamaan.	42		
	TP3	Mengaplikasikan kefahaman tentang sistem persamaan untuk menyelesaikan tugasan mudah.	40, 41, 44		
	TP4	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang sistem persamaan dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang mudah.	42		
	TP5	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang sistem persamaan dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang kompleks.	43, 45, 46		
	TP6	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang sistem persamaan dalam konteks penyelesaian masalah rutin secara kreatif.	46		

3 Nota Xpress

Nota disediakan bagi setiap bab dalam bentuk poin ringkas dan padat untuk memudahkan pemahaman.

BAB 1

Fungsi

1.1 Fungsi

Fungsi dari set P kepada set Q ialah hubungan khas yang memetakan setiap objek dalam set P kepada hanya satu imej dalam set Q .

The function from set P to set Q is a special relation that maps each object in P to only one image in set Q .

1. Tentukan sama ada setiap hubungan berikut ialah fungsi atau bukan. Berikan sebab anda.

1.1. **Contoh**

(a) Suatu fungsi. Setiap objek mempunyai satu imej sahaja.
 A function. Each object has only one image.

(b) Bukan suatu fungsi. Objek 4 mempunyai dua imej, d dan e.
 Not a function. Object 4 has two images, d and e.

(c) Suatu fungsi. Setiap objek mempunyai satu imej sahaja.
 A function. Each object has only one image.

(d) Suatu fungsi. Setiap objek mempunyai satu imej sahaja.
 A function. Each object has only one image.

4 Booklet Langkah Penyelesaian Lengkap (Edisi Murid sahaja)

Langkah Penyelesaian Lengkap bagi semua soalan disediakan bagi memudahkan murid membuat semakan.

EXCEL

PBD

MODUL PPR & SPM

BOOKLET

AADWMB264001AJ

Tingkatan 4

KSSM

MATEMATIK TAMBAHAN

Additional Mathematics

Ma Su Tan
Tan Seng Tan
Berny Ng

Penerbitan Pelangi Sdn. Bhd. (813244)

Langkah Penyelesaian Lengkap

Jawapan

BAB 1

1.1 Fungsi

1.1.1 Definisi

1.1.2 Contoh

1.1.3 Latihan

1.1.4 Penyelesaian

1.1.5 Jawapan

1.1.1 Definisi

1.1.2 Contoh

1.1.3 Latihan

1.1.4 Penyelesaian

1.1.5 Jawapan

Kotak Tahap Penguasaan untuk memudahkan guru **menilai murid**.

ap jukukan yang berikut ialah jangjan geometri atau bukan. Berikan justifikasi anda.

following sequences is a geometric progression. Give your justification.

	17A	17B
(a) $-2, 1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots$ $r_1 = \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2}$; $r_2 = \frac{-\frac{1}{2}}{1} = -\frac{1}{2}$; $r_3 = \frac{\frac{1}{4}}{-\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2}$ Jangjan geometri kerana nisbah sepunya, r adalah sama. A geometric progression because the common ratio, r is the same.		
(c) $8x, 4, \frac{2}{x}, \frac{1}{x^2}, \dots$ $r_1 = \frac{4}{8x} = \frac{1}{2x}$; $r_2 = \frac{\frac{2}{x}}{4} = \frac{1}{2x}$; $r_3 = \frac{\frac{1}{x^2}}{\frac{2}{x}} = \frac{1}{2x}$ Jangjan geometri kerana nisbah sepunya, r adalah sama. A geometric progression because the common ratio, r is the same.		

▶ 75 ◀

Kod QR Bahan Sokongan Digital

-  **Pautan Video**
Pautan video pelbagai sumber untuk menyokong PdPc.
-  **Pautan Info**
Pautan info pelbagai sumber yang sesuai untuk menyokong pemahaman murid.





Video Tutorial

Video pengajaran yang berfokus pada sesuatu subtopik.



Video Penyelesaian

Video pengajaran yang memberi penjelasan jawapan bagi Contoh yang terpilih.



Kalkulator

Kalkulator saintifik maya yang menunjukkan pengiraan langkah demi langkah



Masteri ke Arah SPM

Panduan langkah demi langkah dan soalan serupa disediakan untuk membantu murid berlatih menjawab soalan berpiawai SPM.



KBAT Ekstra

Praktis ini menguji keupayaan murid untuk menjawab soalan aras tinggi.

GEOMETRI

BAB 7 Geometri Koordinat

- 7.1 Pembahagi Tembereng Garis 106
- 7.2 Garis Lurus Selari dan Garis Lurus Serenjang 109
- 7.3 Luas Poligon 113
- 7.4 Persamaan Lokus 116
- Praktis SPM 7 120

BAB 8 Vektor

- 8.1 Vektor 126
- 8.2 Penambahan dan Penolakan Vektor 128
- 8.3 Vektor dalam Satah Cartes 131
- Praktis SPM 8 134

TRIGONOMETRI

BAB 9 Penyelesaian Segi Tiga

- 9.1 Petua Sinus 140
- 9.2 Petua Kosinus 143
- 9.3 Luas Segi Tiga 147
- 9.4 Aplikasi Petua Sinus, Petua Kosinus dan Luas Segi Tiga 149
- Praktis SPM 9 151

STATISTIK

BAB 10 Nombor Indeks

- 10.1 Nombor Indeks 156
- 10.2 Indeks Gubahan 158
- Praktis SPM 10 164



MASTERI KE ARAH SPM



KBAT EKSTRA



AKTIVITI PAK-21



PROJEK STEM



PRAKTIS INTENSIF & STRATEGI MENJAWAB



KUKUH KEMAHIRAN



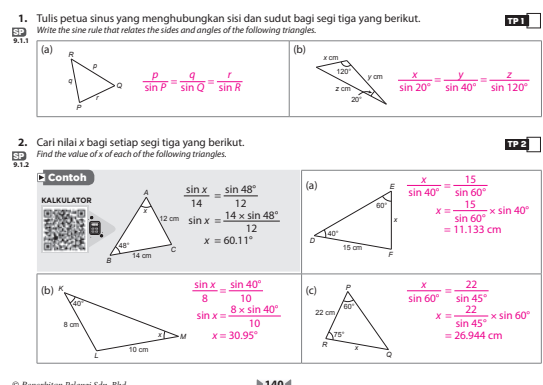
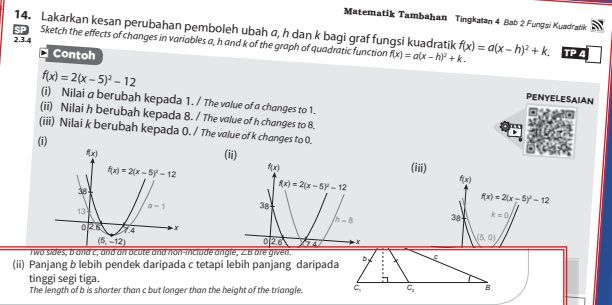
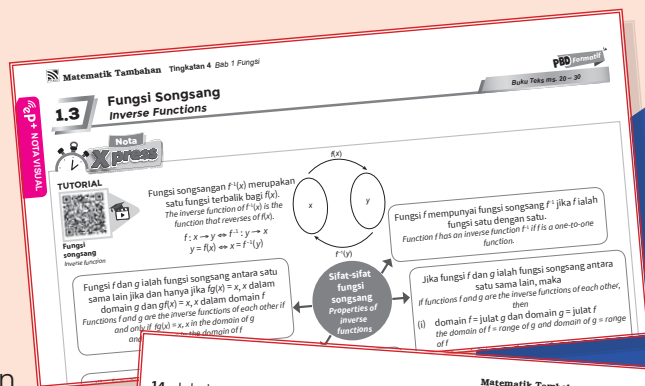
PENTAKSIRAN AKHIR TAHUN



JAWAPAN



© Penerbitan Pelangi Sdn. Bhd.



Aktiviti PAK-21 dan Projek STEM

Aktiviti ini disertakan untuk menyempurnakan PdPc.



Praktis Intensif & Strategi Menjawab

Pelbagai bentuk soalan dengan strategi menjawab sebagai latihan sendiri untuk murid.



Kukuh Kemahiran

Soalan latihan bagi mengukuhkan kemahiran murid yang merangkumi setiap bab Matematik Tambahan Tingkatan 4.



Jawapan

Jawapan keseluruhan buku disediakan di halaman Kandungan.

Halaman PBD Sumatif

Praktis SPM dan **Pentaksiran Akhir Tahun** **Kod QR** digubal berdasarkan format SPM yang terkini dan **Kriteria Jadual Spesifikasi Ujian** yang terkini.

9 Petunjuk Standard Pembelajaran (SP)

Petunjuk soalan yang dibina berdasarkan tafsiran DSKP.

10 Bahan Sokongan Digital

Praktis Ekstra Sumatif

Praktis pengukuhan konsep mengikut topik.

11 Pelangi Online Test (POT)

Soalan Objektif berpiawai SPM.

PENTAKSIRAN AKHIR TAHUN

KERTAS 1
Skor /80

Bahagian A
(64 markah)

Jawab semua soalan.

- Rajah 1 dalam ruang jawapan menunjukkan vektor-vektor $\vec{OA}$, $\vec{OB}$ dan $\vec{PQ}$ dengan keadaan $\vec{OA} = x$ dan $\vec{OB} = y$.
Diagram 1 in the answer space shows the vectors $\vec{OA}$, $\vec{OB}$ and $\vec{PQ}$ such that $\vec{OA} = x$ and $\vec{OB} = y$.
(a) Ungkapkan $\vec{PQ}$ dalam sebutan x dan y .
Express $\vec{PQ}$ in terms of x and y . [1 markah / 1 mark]
- Cari $\left| \frac{x}{2} - \frac{y}{2} \right|$.
Find $\left| \frac{x}{2} - \frac{y}{2} \right|$. [1 markah / 1 mark]
- Menggunakan titik O, lukis dan label dengan jelas $\vec{OM} = 2x + 2y$ pada Rajah 1.
Using the point O, draw and label clearly $\vec{OM} = 2x + 2y$ on Diagram 1. [3 markah / 3 marks]

Pentaksiran Akhir Tahun

KERTAS 2
Skor /100

Bahagian A
(64 markah)

Jawab semua soalan.

- Rajah 1 menunjukkan Jambatan Seri Gemilang di Putrajaya. Sebahagian daripada bentuk jambatan itu diwakili oleh fungsi y dengan keadaan x dan y diukur dalam meter dan h ialah pemalar.
Diagram 1 shows Seri Gemilang Bridge in Putrajaya. A part of the shape of the bridge is represented by function y where x and y are measured in metres and h is a constant.
(a) Ungkapkan y dalam bentuk $a(x + p)^2 + q$. Seterusnya, nyatakan koordinat titik maksimum bagi fungsi itu.
Express y in the form of $a(x + p)^2 + q$. Hence, state the coordinates of the maximum point of the function. [3 markah / 3 marks]
- Hitung
Calculate
(i) tinggi, dalam m, bagi titik maksimum fungsi y di atas permukaan air,
the height, in m, of the maximum point of function y above the water surface,
(ii) panjang, dalam m, bagi rentang utama jambatan itu.
the length, in m, of the main span of the bridge. [4 markah / 4 marks]

PRAKTIK SPM

KERTAS 1
1

Bahagian A

- Diberi bahawa $f(x) = \frac{p}{2x-6}$, $x \neq k$, dengan keadaan k dan p ialah pemalar.
It is given that $f(x) = \frac{p}{2x-6}$, $x \neq k$, such that k and p are constants.
(a) Nyatakan nilai k .
State the value of k . [1 markah / 1 mark]
- Tentukan nilai p jika objek yang memeta kepada diri sendiri ialah 5.
Determine the value of p if the object that maps onto itself is 5. [2 markah / 2 marks]
- Seterusnya, diberi $f(h+2) = t$, ungkapkan h dalam sebutan t .
Hence, given $f(h+2) = t$, express h in terms of t . [2 markah / 2 marks]

Jawapan / Answer:

(a) $2x - 6 \neq 0$
 $2x \neq 6$
 $x \neq 3$
 $k = 3$

(b) Diberi / Given $f(5) = 5$
 $\frac{p}{2(5)-6} = 5$
 $\frac{p}{4} = 5$
 $p = 20$

(c) $f(x) = \frac{20}{2x-6}$
Daripada / From $f(h+2) = t$,
 $\frac{20}{2(h+2)-6} = t$
 $\frac{20}{2h-2} = t$
 $\frac{20}{2} = 2h-2$
 $10 = 2h-2$
 $12 = 2h$
 $h = \frac{12}{2} = 6$

PRAKTIK SPM

KERTAS 2
2

Bahagian B

- Rajah di bawah menunjukkan graf bagi fungsi $f(x) = |mx + 4|$ untuk domain $-3 \leq x \leq 2$.
The diagram below shows the graph of the function $f(x) = |mx + 4|$ for the domain $-3 \leq x \leq 2$.
(a) Cari nilai m ,
Find the value of m . [2 markah / 2 marks]
- nilai objek yang positif bagi h ,
the positive value of object of h . [2 markah / 2 marks]
- Julat yang sepadan,
the corresponding range. [2 markah / 2 marks]

Jawapan / Answer:

(a) $f\left(-\frac{4}{m}\right) = 0$
 $\left|m\left(-\frac{4}{m}\right) + 4\right| = 0$
 $-\frac{4}{m} + 4 = 0$
 $-\frac{4}{m} + 4 = 0$
 $m = 3$

(b) $\frac{x+(-3)}{2} = \frac{4}{3}$
 $x = \frac{1}{3}$

(c) $k = f(2)$
 $f(x) = \frac{x+4}{2}$, $x = 0$ dan $g(x) = 2x + k$. Diberi $f^{-1}(2) = 6$ dan $fg^{-1}(1) = 1$, cari nilai h dan nilai k .
Functions f and g are defined by $f(x) = \frac{x+4}{2}$, $x \neq 0$ and $g(x) = 2x + k$. Given $f(2) = \frac{11}{6}$ and $fg^{-1}(1) = 1$, find the value of h and of k . [6 markah / 6 marks]

Elemen Pembinaan Item

JADUAL SPESIFIKASI UJIAN (JSU) MATEMATIK TAMBAHAN TINGKATAN 4												
PENTAKSIRAN AKHIR TAHUN												
NO. SOALAN	TAJUK	SP	TING	OBJEKTIF PENTAKSIRAN								
				OP1: PENGETAHUAN DAN KEFAHAMAN				OP2: KEMAHIRAN MENGAFAHAM		OP3: KEMAHIRAN MENYELESAIKAN MASALAH		JUMLAH MARKAH
				K	S	T	R	S	T	A	S	
BAHAGIAN A												
1	vektor	8.2.1, 8.2.2	4		3	1					4	
2	Fungsi Kuadratik	7.2.2	4				3				3	
3	derajat	5.1.3	4					4			4	
4	indeks, Sifat dan Logaritma	4.3.3	4					3			3	
5	Geometri Koordinat	7.2.2, 7.3.3	4			2	4				6	
6	derajat	5.2.4	4	2			3				5	
7	indeks, Sifat dan Logaritma	4.4.1	4					4			4	
8	Fungsi	1.3.3	4	1				3	3		7	
9	vektor	8.1.4	4					3	3	3	9	
10	Fungsi Kuadratik	7.2.1, 7.3.3	4	3				3			6	
11	Fungsi Linear	6.1.3	4	2							2	
12	Fungsi	7.3.1, 7.3.5	4					3	3		6	
BAHAGIAN B												
13	Geometri Koordinat	7.2.2, 7.3.2	4						2	3	5	
14	derajat	5.2.3, 5.3.4	4								0	
15	Sistem Persamaan	3.2.2	4								0	
JUMLAH				33			28	19	3	0	6	

Jadual Spesifikasi Ujian (JSU)

Cakupan soalan mengikut tajuk dinyatakan dalam jadual ini.

Resos Digital Guru

Di platform , guru yang menerima guna (*adoption*) siri Excel PBD KSSM diberi akses kepada EG-i dan bahan sokongan ekstra PdPc untuk tempoh satu tahun.

Apakah itu EG-i ?

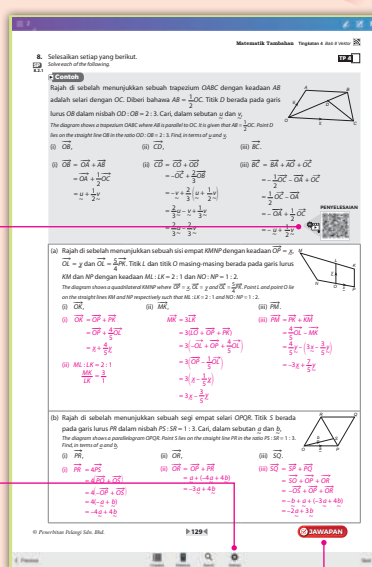
EG-i merupakan versi digital dan interaktif Edisi Guru Excel PBD secara dalam talian. Versi ini akan dapat mengoptimumkan penggunaan teknologi dalam pengajaran, memaksimumkan kesan PdPc, dan membangunkan suasana pembelajaran yang menyeronokkan serta responsif dalam kalangan murid.



Halaman Contoh EG-i

Klik Kod QR untuk mengakses bahan dalam kod QR seperti Info, Video, Video Tutorial, Video Penyelesaian, Kalkulator dan lain-lain.

Pilih paparan halaman (single/ double page) dan bahasa antara muka melalui **Setting**.



Alat sokongan lain:

-  Pen
-  Sticky Note
-  Unit Converter
-  Ruler
-  Calculator
-  Bookmark



Bagaimanakah saya dapat mengakses semua bahan di ePelangi+ ?



Klik butang  untuk memaparkan atau melenyapkan jawapan semasa penyampaian PdPc.

Langkah 1 DAFTAR AKAUN

Bagi pengguna baharu ePelangi+, imbas kod QR di atas atau layari plus.pelangibooks.com. Klik **REGISTER** untuk *Create my new account*.

Semak e-mel dan klik pautan untuk mengaktifkan akaun.

Langkah 2 ENROLMEN

LOG IN ke akaun ePelangi+. Klik **Full Access** dan **Secondary [Full Access]**.

Pilih tahun, siri, tingkatan dan tajuk yang dikehendaki. Masukkan **Enrolment Key** untuk enrol.

Hubungi wakil Pelangi untuk mendapatkan Enrolment Key.

Langkah 3 AKSES RESOS DIGITAL

Klik bahan untuk dimuat turun, diedit atau dimainkan.

Contoh Halaman Edisi Guru dengan Cadangan Bahan Sokongan PdPc Ekstra

eP+ Nota Visual

Nota berwarna dalam bentuk grafik yang menarik. 

eP+ PowerPoint

Slaid pengajaran PPT yang meliputi setiap topik dan subtopik. 

eP+ Praktis Ekstra Sumatif

Praktis pengukuhan konsep mengikut topik. 

eP+ Zon RST

Soalan bagi setiap topik yang berdasarkan tiga aras kesukaran, iaitu Aras Rendah (R), Sederhana (S) dan Tinggi (T). 

eP+ e-RPH

Rancangan Pengajaran Harian dalam bentuk MS Word. 

-  Boleh dimuat turun
-  Boleh dimainkan
-  Boleh diedit



Koleksi Bahan Digital Sokongan

Imbas kod QR di bawah untuk terus mengakses dan memuat turun bahan sokongan digital yang disediakan.



Masteri ke Arah SPM



Tutorial



Info



KBAT Ekstra



Video



Penyelesaian



Kalkulator



Aktiviti PAK-21



Projek STEM



Praktis Intensif & Strategi Menjawab



Kukuh Kemahiran



Pentaksiran Akhir Tahun



Jawapan

Bonus Edisi Guru



e-RPH



Zon RST



Nota Visual

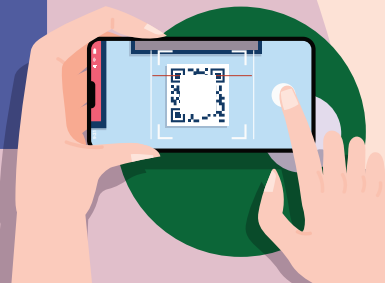


PowerPoint Interaktif



Sila akses ke
ePelangi+
untuk
mendapatkan
bahan digital
eksklusif!

- ▶ Edisi Guru Interaktif dengan butang **JAWAPAN**
- ▶ Edisi Guru PDF
- ▶ Jadual Spesifikasi Ujian (JSU)
- ▶ Simulasi
- ▶ Praktis Ekstra Sumatif



Kandungan

Rekod Pentaksiran Murid

iv – vi

►► ALGEBRA

BAB 1 Fungsi Functions 1

1.1 Fungsi 1
Nota Xpress Tutorial PowerPoint

1.2 Fungsi Gubahan 6
Nota Xpress Tutorial

1.3 Fungsi Songsang 10
Nota Xpress Tutorial Penyelesaian Nota

Praktis SPM 1 Praktis 14

BAB 2 Fungsi Kuadratik Quadratic Functions 21

2.1 Persamaan dan Ketaksamaan Kuadratik 21
Nota Xpress Tutorial Kalkulator PowerPoint

2.2 Jenis-jenis Punca Persamaan Kuadratik 26
Nota Xpress Tutorial

2.3 Fungsi Kuadratik 27
Nota Xpress Tutorial Penyelesaian Info Simulasi Nota

Praktis SPM 2 Praktis 35

BAB 3 Sistem Persamaan Systems of Equations 39

3.1 Sistem Persamaan Linear dalam Tiga Pemboleh Ubah 39
Nota Xpress Penyelesaian Tutorial PowerPoint

3.2 Persamaan Serentak yang melibatkan Satu Persamaan Linear dan Satu Persamaan Tak Linear 44
Tutorial

Praktis SPM 3 Praktis 47

BAB 4 Indeks, Surd dan Logaritma Indices, Surds and Logarithms 52

4.1 Hukum Indeks 52
Nota Xpress Nota PowerPoint

4.2 Hukum Surd 55
Nota Xpress Nota

4.3 Hukum Logaritma 59
Nota Xpress Tutorial Nota

4.4 Aplikasi Indeks, Surd dan Logaritma 64
Penyelesaian

Praktis SPM 4 Praktis 65

BAB 5 Janjang Progressions 71

5.1 Janjang Aritmetik 71
Nota Xpress Tutorial Info PowerPoint

5.2 Janjang Geometri 75
Nota Xpress Video Penyelesaian Nota

Praktis SPM 5 Praktis 81

BAB 6 Hukum Linear Linear Law 87

6.1 Hubungan Linear dan Tak Linear 87
Nota Xpress Penyelesaian Simulasi PowerPoint

6.2 Hukum Linear dan Hubungan Tak Linear 93
Nota Xpress Kalkulator Tutorial

6.3 Aplikasi Hukum Linear 97
 Nota

Praktis SPM 6 Praktis 100

►► GEOMETRI

BAB 7	Geometri Koordinat <i>Coordinate Geometry</i>	106
7.1	Pembahagi Tembereng Garis    PowerPoint	106
7.2	Garis Lurus Selari dan Garis Lurus Serenjang  	109
7.3	Luas Poligon  	113
7.4	Persamaan Lokus     Nota	116
Praktis SPM 7	  Praktis	120

BAB 8	Vektor <i>Vectors</i>	126
8.1	Vektor    PowerPoint	126
8.2	Penambahan dan Penolakan Vektor     Simulasi	128
8.3	Vektor dalam Satah Cartes 	131
Praktis SPM 8	  Praktis	134

►► TRIGONOMETRI

BAB 9	Penyelesaian Segi Tiga <i>Solution of Triangles</i>	140
9.1	Petua Sinus     PowerPoint	140
9.2	Petua Kosinus   Nota	143
9.3	Luas Segi Tiga    Nota	147
9.4	Aplikasi Petua Sinus, Petua Kosinus dan Luas Segi Tiga 	149
Praktis SPM 9	  Praktis	151

►► STATISTIK

BAB 10	Nombor Indeks <i>Index Numbers</i>	156
10.1	Nombor Indeks    PowerPoint	156
10.2	Indeks Gubahan     Nota	158
Praktis SPM 10	  Praktis	164



MASTERI KE ARAH SPM



KBAT EKSTRA



AKTIVITI PAK-21



PROJEK STEM



PRAKTIS INTENSIF & STRATEGI MENJAWAB



KUKUH KEMAHIRAN



PENTAKSIRAN AKHIR TAHUN JSU



JAWAPAN



Rekod Pentaksiran Murid

MATEMATIK TAMBAHAN

Tingkatan 4

Nama:

Tingkatan:

BAB	STANDARD PRESTASI		HALAMAN	PENCAPAIAN	
	TAHAP PENGUASAAN	TAFSIRAN		(✓) MENGUASAI	(X) BELUM MENGUASAI
BIDANG PEMBELAJARAN: ALGEBRA					
1 FUNGSI	TP1	Mempamerkan pengetahuan asas tentang fungsi.	1, 2		
	TP2	Mempamerkan kefahaman tentang fungsi.	2, 3, 10, 11		
	TP3	Mengaplikasikan kefahaman tentang fungsi untuk melaksanakan tugas mudah.	3 – 7, 11, 12		
	TP4	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang fungsi dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang mudah.	8, 13		
	TP5	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang fungsi dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang kompleks.	13		
	TP6	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang fungsi dalam konteks penyelesaian masalah bukan rutin secara kreatif.	9		
BIDANG PEMBELAJARAN: ALGEBRA					
2 FUNGSI KUADRATIK	TP1	Mempamerkan pengetahuan asas tentang fungsi kuadratik.	26		
	TP2	Mempamerkan kefahaman tentang fungsi kuadratik.	23, 26, 28		
	TP3	Mengaplikasikan kefahaman tentang fungsi kuadratik untuk melaksanakan tugas mudah.	21, 22, 26, 28 – 30		
	TP4	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang fungsi kuadratik dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang mudah.	23 – 25, 31, 32		
	TP5	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang fungsi kuadratik dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang kompleks.	33		
	TP6	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang fungsi kuadratik dalam konteks penyelesaian masalah bukan rutin secara kreatif.	34		
BIDANG PEMBELAJARAN: ALGEBRA					
3 SISTEM PERSAMAAN	TP1	Mempamerkan pengetahuan asas tentang sistem persamaan.	39		
	TP2	Mempamerkan kefahaman tentang penyelesaian sistem persamaan.	42		
	TP3	Mengaplikasikan kefahaman tentang sistem persamaan untuk melaksanakan tugas mudah.	40, 41, 44		
	TP4	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang sistem persamaan dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang mudah.	42		
	TP5	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang sistem persamaan dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang kompleks.	43, 45, 46		
	TP6	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang sistem persamaan dalam konteks penyelesaian masalah bukan rutin secara kreatif.	46		

BAB	STANDARD PRESTASI		HALAMAN	PENCAPAIAN	
	TAHAP PENGUASAAN	TAFSIRAN		(✓) MENGUASAI	(X) BELUM MENGUASAI
BIDANG PEMBELAJARAN: ALGEBRA					
4 INDEKS, SURD DAN LOGARITMA	TP1	Mempamerkan pengetahuan asas tentang indeks, surd dan logaritma.	52, 55, 59, 60		
	TP2	Mempamerkan kefahaman tentang indeks, surd dan logaritma.	53, 56, 57, 59 – 62		
	TP3	Mengaplikasikan kefahaman tentang indeks, surd dan logaritma untuk melaksanakan tugas mudah.	54, 58, 62		
	TP4	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang indeks, surd dan logaritma dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang mudah.	54, 58, 63		
	TP5	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang indeks dan logaritma dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang kompleks.	64		
	TP6	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang indeks dan logaritma dalam konteks penyelesaian masalah bukan rutin secara kreatif.	64		
BIDANG PEMBELAJARAN: ALGEBRA					
5 JANJANG	TP1	Mempamerkan pengetahuan asas tentang janjang.	71, 75		
	TP2	Mempamerkan kefahaman tentang janjang aritmetik dan janjang geometri.	71, 75		
	TP3	Mengaplikasikan kefahaman tentang janjang aritmetik dan janjang geometri untuk melaksanakan tugas mudah.	72, 73, 76 – 78		
	TP4	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang janjang aritmetik dan janjang geometri dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang mudah.	73		
	TP5	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang janjang aritmetik dan janjang geometri dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang kompleks.	74, 78, 79		
	TP6	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang janjang aritmetik dan janjang geometri dalam konteks penyelesaian masalah bukan rutin secara kreatif.	80		
BIDANG PEMBELAJARAN: ALGEBRA					
6 HUKUM LINEAR	TP1	Mempamerkan pengetahuan asas tentang garis lurus penyuaian terbaik.	87		
	TP2	Mempamerkan kefahaman tentang garis lurus penyuaian terbaik.	93		
	TP3	Mengaplikasikan kefahaman tentang hukum linear untuk melaksanakan tugas mudah.	88		
	TP4	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang hukum linear dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang mudah.	88 – 92, 94 – 96		
	TP5	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang hukum linear dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang kompleks.	96, 97		
	TP6	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang hukum linear dalam konteks penyelesaian masalah bukan rutin secara kreatif.	98, 99		
BIDANG PEMBELAJARAN: GEOMETRI					
7 GEOMETRI KOORDINAT	TP1	Mempamerkan pengetahuan asas tentang pembahagi tembereng garis.	106, 113		
	TP2	Mempamerkan kefahaman tentang pembahagi tembereng garis.	106, 113		

BAB	STANDARD PRESTASI		HALAMAN	PENCAPAIAN	
	TAHAP PENGUASAAN	TAFSIRAN		(✓) MENGUASAI	(X) BELUM MENGUASAI
	TP3	Mengaplikasikan kefahaman tentang geometri koordinat untuk melaksanakan tugas mudah.	107, 109, 110, 113, 114, 116		
	TP4	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang geometri koordinat dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang mudah.	109, 115		
	TP5	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang geometri koordinat dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang kompleks.	108, 111, 115, 118		
	TP6	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang geometri koordinat dalam konteks penyelesaian masalah bukan rutin secara kreatif.	112, 119		
BIDANG PEMBELAJARAN: GEOMETRI					
8 VEKTOR	TP1	Mempamerkan pengetahuan asas tentang vektor.	126, 127		
	TP2	Mempamerkan kefahaman tentang vektor.	126, 127, 131		
	TP3	Mengaplikasikan kefahaman tentang vektor untuk melaksanakan tugas mudah.	127, 128, 131, 132		
	TP4	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang vektor dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang mudah.	129, 133		
	TP5	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang vektor dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang kompleks.	130, 133		
	TP6	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang vektor dalam konteks penyelesaian masalah bukan rutin secara kreatif.	130		
BIDANG PEMBELAJARAN: TRIGONOMETRI					
9 PENYELESAIAN SEGI TIGA	TP1	Mempamerkan pengetahuan asas tentang petua sinus dan petua kosinus.	140, 143		
	TP2	Mempamerkan kefahaman tentang petua sinus dan petua kosinus.	140		
	TP3	Mengaplikasikan kefahaman tentang petua sinus, petua kosinus dan luas segi tiga untuk melaksanakan tugas mudah.	141, 144, 147, 148		
	TP4	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang penyelesaian segi tiga dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang mudah.	141, 142, 145, 148		
	TP5	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang penyelesaian segi tiga dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang kompleks.	142, 145, 146, 149		
	TP6	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang penyelesaian segi tiga dalam konteks penyelesaian masalah bukan rutin secara kreatif.	150		
BIDANG PEMBELAJARAN: STATISTIK					
10 NOMBOR INDEKS	TP1	Mempamerkan pengetahuan asas tentang nombor indeks.	156		
	TP2	Mempamerkan kefahaman tentang nombor indeks.	156		
	TP3	Mengaplikasikan kefahaman tentang nombor indeks untuk melaksanakan tugas mudah.	157		
	TP4	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang nombor indeks dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang mudah.	157 – 159		
	TP5	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang nombor indeks dalam konteks penyelesaian masalah rutin yang kompleks.	161, 162		
	TP6	Mengaplikasikan pengetahuan dan kemahiran yang sesuai tentang nombor indeks dalam konteks penyelesaian masalah bukan rutin secara kreatif.	163		

BAB

1

Fungsi Functions

1.1

Fungsi Function

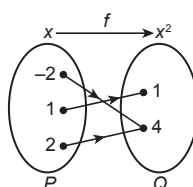
PBD Formatif

Buku Teks ms. 2 – 11



Fungsi dari set P kepada set Q ialah hubungan khas yang memetakan setiap objek dalam set P kepada hanya satu imej dalam set Q .

The function from set P to set Q is a special relation that maps each object in set P to only one image in set Q .

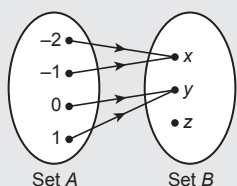


$f: x \rightarrow x^2$ atau / or $f(x) = x^2$
 x ialah objek / x is the object
 x^2 ialah imej / x^2 is the image

1. Tentukan sama ada setiap hubungan berikut ialah fungsi atau bukan. Berikan sebab anda.

SP
1.1.1

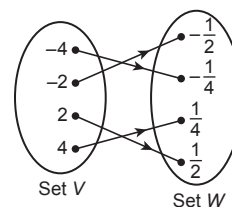
Contoh



Suatu fungsi. Setiap objek mempunyai satu imej sahaja walaupun imej z tidak mempunyai objek.

A function. Each object has only one image even though image z has no object.

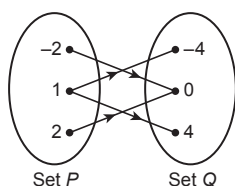
(a)



Suatu fungsi. Setiap objek mempunyai satu imej sahaja.

A function. Each object has only one image.

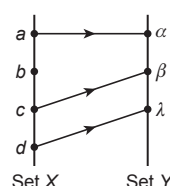
(b)



Bukan suatu fungsi. Objek 1 mempunyai dua imej, -4 dan 4 .

Not a function. Object 1 has two images, -4 and 4 .

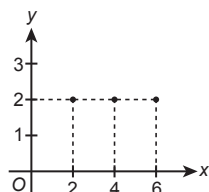
(c)



Bukan suatu fungsi. Objek b tidak mempunyai imej.

Not a function. Object b has no image.

(d)



Suatu fungsi. Setiap objek mempunyai satu imej sahaja.

A function. Each object has only one image.

(e) $\{(b, 1), (d, 2), (d, 3), (d, 4)\}$

Bukan suatu fungsi. Objek d mempunyai tiga imej, 2 , 3 dan 4 .

Not a function. Object d has three images, 2 , 3 and 4 .

BAB 2

Fungsi Kuadratik Quadratic Functions

2.1

Persamaan dan Ketaksamaan Kuadratik Quadratic Equations and Inequalities

PBD Formatif

Buku Teks ms. 36 – 44



1. Bentuk am persamaan kuadratik

General form of a quadratic equation

$$ax^2 + bx + c = 0$$

dengan keadaan a, b dan c ialah pemalar dan $a \neq 0$.
where a, b and c are constants and $a \neq 0$.

2. Penyelesaian atau punca-punca bagi persamaan kuadratik boleh diperoleh dengan menggunakan

The solutions or roots of quadratic equation can be obtained by using

- (a) penyempurnaan kuasa dua / completing the square
- (b) kaedah rumus / formula method

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

3. Persamaan kuadratik dengan punca-punca α dan β

Quadratic equation with roots α and β

$$x^2 - (\text{hasil tambah punca})x + (\text{hasil darab punca}) = 0$$

$$x^2 - (\text{sum of roots})x + (\text{product of roots}) = 0$$

dengan keadaan / where

$$\text{hasil tambah punca / sum of roots} = \alpha + \beta = -\frac{b}{a}$$

$$\text{hasil darab punca / product of roots} = \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

4. Ketaksamaan kuadratik boleh diselesaikan menggunakan kaedah

Quadratic inequality can be solved using methods of

- (a) lakaran graf
graph sketching
- (b) garis nombor
number line
- (c) jadual
table

5. Bagi persamaan kuadratik dalam bentuk

$$(x - a)(x - b) = 0, \text{ dengan } a < b,$$

For quadratic equation in the form of $(x - a)(x - b) = 0$, where $a < b$,

- (a) jika / if
 $(x - a)(x - b) > 0$,
maka / then
 $x < a$ atau / or $x > b$
- (b) jika / if
 $(x - a)(x - b) < 0$,
maka / then
 $a < x < b$

1. Selesaikan setiap persamaan kuadratik berikut dengan menggunakan kaedah penyempurnaan kuasa dua.

SP
2.1.1

Solve each of the following quadratic equations by using completing the square method.

TP 3

Contoh

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$x^2 - 6x + \left(\frac{-6}{2}\right)^2 - \left(\frac{-6}{2}\right)^2 + 9 = 0$$

$$x^2 - 6x + (-3)^2 - 9 + 9 = 0$$

$$(x - 3)^2 = 0$$

$$x - 3 = 0$$

$$x = 3$$

Tambah dan tolak sebutan $\left(\frac{\text{pekali } x}{2}\right)^2$.
Add and subtract term $\left(\frac{\text{coefficient of } x}{2}\right)^2$.

$$(x + a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$$

TUTORIAL



Kaedah penyempurnaan kuasa dua
Completing the square method

(a) $x^2 + 6x - 2 = 0$

$$x^2 + 6x + \left(\frac{6}{2}\right)^2 - \left(\frac{6}{2}\right)^2 - 2 = 0$$

$$(x + 3)^2 - 9 - 2 = 0$$

$$(x + 3)^2 = 11$$

$$x + 3 = \pm\sqrt{11}$$

$$x = 0.317, -6.317$$

(b) $-x^2 - 4x + 3 = 0$

$$x^2 + 4x - 3 = 0$$

$$x^2 + 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2 - 3 = 0$$

$$(x + 2)^2 - 4 - 3 = 0$$

$$(x + 2)^2 = 7$$

$$x + 2 = \pm\sqrt{7}$$

$$x = 0.646, -4.646$$

(c) $2x^2 - 5x - 2 = 0$ $x^2 - \frac{5}{2}x - 1 = 0$ $x^2 - \frac{5}{2}x + \left(-\frac{5}{2}\right)^2 - \left(-\frac{5}{2}\right)^2 - 1 = 0$ $x^2 - \frac{5}{2}x + \left(-\frac{5}{4}\right)^2 - \left(-\frac{5}{4}\right)^2 - 1 = 0$ $\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 = \frac{41}{16}$ $x - \frac{5}{4} = \pm \sqrt{\frac{41}{16}}$ $x = 2.851, -0.351$	(d) $2x^2 + 8x - 5 = 0$ $x^2 + 4x - \frac{5}{2} = 0$ $x^2 + 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2 - \frac{5}{2} = 0$ $x^2 + 4x + 2^2 - 2^2 - \frac{5}{2} = 0$ $(x + 2)^2 = \frac{13}{2}$ $x + 2 = \pm \sqrt{\frac{13}{2}}$ $x = 0.550, -4.550$
(e) $3x^2 - 5x = 7$ $x^2 - \frac{5}{3}x = \frac{7}{3}$ $x^2 - \frac{5}{3}x + \left(-\frac{5}{6}\right)^2 - \left(-\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{7}{3}$ $x^2 - \frac{5}{3}x + \left(-\frac{5}{6}\right)^2 - \left(-\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{7}{3}$ $\left(x - \frac{5}{6}\right)^2 = \frac{7}{3} + \frac{25}{36}$ $x - \frac{5}{6} = \pm \sqrt{\frac{109}{36}}$ $x = 2.573, -0.907$	(f) $2x - 3x^2 = -9$ $x^2 - \frac{2}{3}x = 3$ $x^2 - \frac{2}{3}x + \left(-\frac{2}{6}\right)^2 - \left(-\frac{2}{6}\right)^2 = 3$ $x^2 - \frac{2}{3}x + \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = 3$ $\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 = 3 + \frac{1}{9}$ $x - \frac{1}{3} = \pm \sqrt{\frac{28}{9}}$ $x = 2.097, -1.431$

2. Selesaikan setiap persamaan kuadratik berikut dengan menggunakan rumus.

TP3

SP Solve each of the following quadratic equations by using formula.

2.1.1

Contoh $5x^2 - 3x - 1 = 0$ $x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4(5)(-1)}}{2(5)}$ $= \frac{3 \pm \sqrt{29}}{10}$ $= 0.839, -0.239$ Tip Penting $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ KALKULATOR 	(a) $x^2 + 3x - 5 = 0$ $x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 4(1)(-5)}}{2(1)}$ $= \frac{-3 \pm \sqrt{29}}{2}$ $= 1.193, -4.193$	(b) $4x^2 - 7x - 2 = 0$ $x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 4(4)(-2)}}{2(4)}$ $= \frac{7 \pm \sqrt{81}}{8}$ $= 2, -0.25$
	(c) $5 - x - 2x^2 = 0$ $x = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4(-2)(5)}}{2(-2)}$ $= \frac{1 \pm \sqrt{41}}{-4}$ $= -1.851, 1.351$	(d) $2x^2 + 4x - 3 = 0$ $x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 4(2)(-3)}}{2(2)}$ $= \frac{-4 \pm \sqrt{40}}{4}$ $= 0.581, -2.581$
(e) $2x^2 - 7x + 4 = 0$ $x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 4(2)(4)}}{2(2)}$ $= \frac{7 \pm \sqrt{17}}{4}$ $= 2.781, 0.719$	(f) $3x^2 = 6x - 2$ $3x^2 - 6x + 2 = 0$ $x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4(3)(2)}}{2(3)}$ $= \frac{6 \pm \sqrt{12}}{6}$ $= 1.577, 0.423$	(g) $4x - 1 - x^2 = 0$ $x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 4(-1)(-1)}}{2(-1)}$ $= \frac{-4 \pm \sqrt{12}}{-2}$ $= 0.268, 3.732$

12. Ungkapkan setiap fungsi kuadratik yang berikut dalam bentuk am dan bentuk pintasan.

TP 3

Express each of the following quadratic functions in the general form and intercept form.

Contoh

$$f(x) = 16 - (x + 3)^2$$

$$\begin{aligned} f(x) &= 16 - (x^2 + 6x + 9) \\ &= -x^2 - 6x + 7 \rightarrow \text{Bentuk am} \\ &= -(x^2 + 6x - 7) \quad \text{General form} \\ &= -(x - 1)(x + 7) \rightarrow \text{Bentuk pintasan} \\ &\quad \text{Intercept form} \end{aligned}$$

Tip Penting

Bentuk pintasan / Intercept form
 $f(x) = a(x - p)(x - q)$

(a) $f(x) = -(x + 1)^2 + 4$

$$\begin{aligned} f(x) &= -(x^2 + 2x + 1) + 4 \\ &= -x^2 - 2x + 3 \rightarrow \text{Bentuk am} \\ &= -(x^2 + 2x - 3) \quad \text{General form} \\ &= -(x - 1)(x + 3) \rightarrow \text{Bentuk pintasan} \\ &\quad \text{Intercept form} \end{aligned}$$

(b) $f(x) = 3\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{27}{4}$

$$\begin{aligned} f(x) &= 3\left(x^2 - x + \frac{1}{4}\right) - \frac{27}{4} \\ &= 3x^2 - 3x + \frac{3}{4} - \frac{27}{4} \\ &= 3x^2 - 3x - 6 \rightarrow \text{Bentuk am} \\ &= 3(x + 1)(x - 2) \quad \text{General form} \\ &\quad \text{Bentuk pintasan} \\ &\quad \text{Intercept form} \end{aligned}$$

13. Ungkapkan setiap fungsi kuadratik yang berikut dalam bentuk verteks. Kemudian, nyatakan koordinat verteks dan paksi simetri graf fungsi itu.

TP 3

Express each of the following quadratic functions in the vertex form. Hence, state the coordinates of vertex and axis of symmetry of the graph of the function.

Contoh

$$f(x) = (x + 5)(x - 7)$$

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 - 7x + 5x - 35 \\ &= x^2 - 2x - 35 \\ &= x^2 - 2x + \left(\frac{-2}{2}\right)^2 - \left(\frac{-2}{2}\right)^2 - 35 \\ &= x^2 - 2x + (-1)^2 - (1)^2 - 35 \\ &= (x - 1)^2 - 36 \end{aligned}$$

TUTORIAL



Bentuk-bentuk fungsi kuadratik
 Forms of quadratic function

Verteks / Vertex: (1, -36)
 Paksi simetri / Axis of symmetry: $x = 1$

(a) $f(x) = (x + 8)(x + 2)$

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 + 2x + 8x + 16 \\ &= x^2 + 10x + 16 \\ &= x^2 + 10x + \left(\frac{10}{2}\right)^2 - \left(\frac{10}{2}\right)^2 + 16 \\ &= x^2 + 10x + 5^2 - 5^2 + 16 \\ &= (x + 5)^2 - 9 \end{aligned}$$

Verteks / Vertex: (-5, -9)
 Paksi simetri / Axis of symmetry: $x = -5$

(b) $f(x) = 6 - 8x - x^2$

$$\begin{aligned} f(x) &= -(x^2 + 8x - 6) \\ &= -\left[x^2 + 8x + \left(\frac{8}{2}\right)^2 - \left(\frac{8}{2}\right)^2 - 6\right] \\ &= -(x^2 + 8x + 4^2 - 4^2 - 6) \\ &= -(x + 4)^2 + 22 \end{aligned}$$

Verteks / Vertex: (-4, 22)
 Paksi simetri / Axis of symmetry: $x = -4$

(c) $f(x) = 3x^2 - 18x + 4$

$$\begin{aligned} f(x) &= 3\left(x^2 - 6x + \frac{4}{3}\right) \\ &= 3\left[x^2 - 6x + \left(\frac{-6}{2}\right)^2 - \left(\frac{-6}{2}\right)^2 + \frac{4}{3}\right] \\ &= 3\left[x^2 - 6x + (-3)^2 - (-3)^2 + \frac{4}{3}\right] \\ &= 3(x - 3)^2 - 23 \end{aligned}$$

Verteks / Vertex: (3, -23)
 Paksi simetri / Axis of symmetry: $x = 3$

(d) $f(x) = (x + 2)^2 - 8x - 2$

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 + 4x + 4 - 8x - 2 \\ &= x^2 - 4x + 2 \\ &= x^2 - 4x + \left(\frac{-4}{2}\right)^2 - \left(\frac{-4}{2}\right)^2 + 2 \\ &= x^2 - 4x + (-2)^2 - (-2)^2 + 2 \\ &= (x - 2)^2 - 2 \end{aligned}$$

Verteks / Vertex: (2, -2)
 Paksi simetri / Axis of symmetry: $x = 2$

(e) $f(x) = 3 - 5x - 2x^2$

$$\begin{aligned} f(x) &= -2\left(x^2 + \frac{5}{2}x - \frac{3}{2}\right) \\ &= -2\left[x^2 + \frac{5}{2}x + \left(\frac{5}{4}\right)^2 - \left(\frac{5}{4}\right)^2 - \frac{3}{2}\right] \\ &= -2\left[x^2 + \frac{5}{2}x + \left(\frac{5}{4}\right)^2 - \left(\frac{5}{4}\right)^2 - \frac{3}{2}\right] \\ &= -2\left(x + \frac{5}{4}\right)^2 + \frac{49}{8} \end{aligned}$$

Verteks / Vertex: $\left(-\frac{5}{4}, \frac{49}{8}\right)$
 Paksi simetri / Axis of symmetry: $x = -\frac{5}{4}$



14. Lakarkan kesan perubahan pemboleh ubah a , h dan k bagi graf fungsi kuadratik $f(x) = a(x - h)^2 + k$. **TP 4**

SP Sketch the effects of changes in variables a , h and k of the graph of quadratic function $f(x) = a(x - h)^2 + k$.

2.3.4

Contoh

$$f(x) = 2(x - 5)^2 - 12$$

(i) Nilai a berubah kepada 1. / The value of a changes to 1.

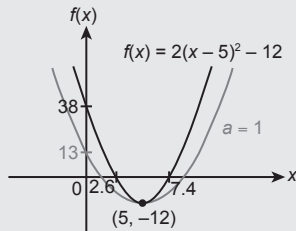
(ii) Nilai h berubah kepada 8. / The value of h changes to 8.

(iii) Nilai k berubah kepada 0. / The value of k changes to 0.

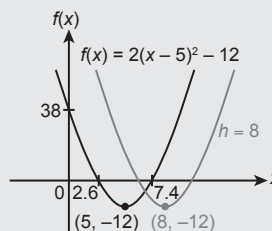
PENYELESAIAN



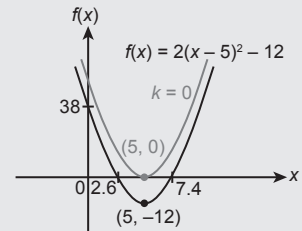
(i)



(ii)



(iii)



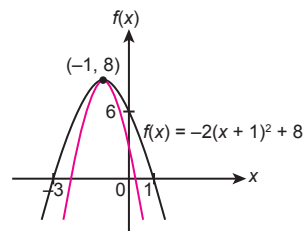
(a) $f(x) = -2(x + 1)^2 + 8$

(i) Nilai a berubah kepada -5 . / The value of a changes to -5 .

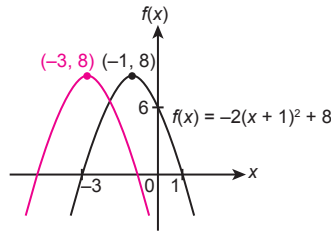
(ii) Nilai h berubah kepada -3 . / The value of h changes to -3 .

(iii) Nilai k berubah kepada 10 . / The value of k changes to 10 .

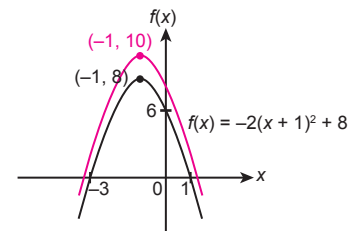
(i)



(ii)



(iii)



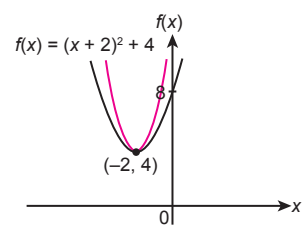
(b) $f(x) = (x + 2)^2 + 4$

(i) Nilai a berubah kepada 2. / The value of a changes to 2.

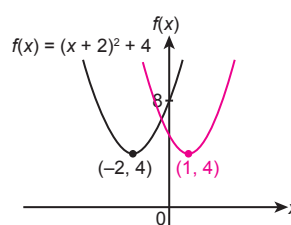
(ii) Nilai h berubah kepada 1. / The value of h changes to 1.

(iii) Nilai k berubah kepada 2. / The value of k changes to 2.

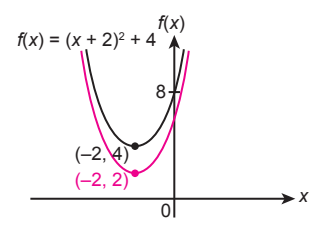
(i)



(ii)



(iii)



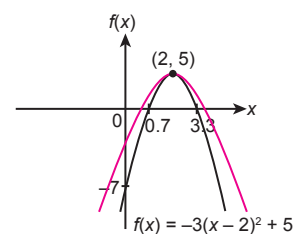
(c) $f(x) = -3(x - 2)^2 + 5$

(i) Nilai a berubah kepada -1 . / The value of a changes to -1 .

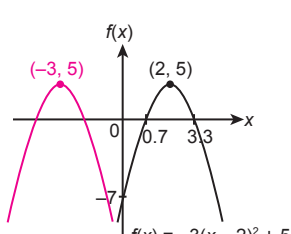
(ii) Nilai h berubah kepada -3 . / The value of h changes to -3 .

(iii) Nilai k berubah kepada -2 . / The value of k changes to -2 .

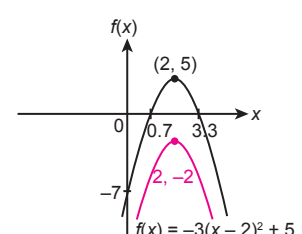
(i)



(ii)



(iii)



15. Lakarkan setiap fungsi kuadratik yang berikut.

SP Sketch each of the following quadratic functions.
2.3.5

TP 4

Contoh

INFO



Melakarkan graf fungsi kuadratik
Sketching the graph of quadratic function

$$f(x) = 4x^2 + 10x - 6$$

$a = 4 > 0$, titik minimum
minimum point

$$b^2 - 4ac = 10^2 - 4(4)(-6) = 196 > 0$$

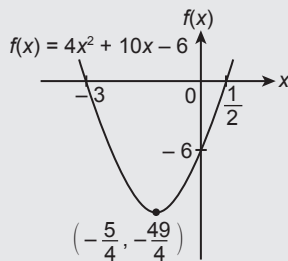
Pintasan-x pada dua titik berbeza
x-intercepts at two different points

$$\begin{aligned} f(x) &= 4\left(x^2 + \frac{5}{2}x - \frac{3}{2}\right) \\ &= 4\left[x^2 + \frac{5}{2}x + \left(\frac{5}{4}\right)^2 - \left(\frac{5}{4}\right)^2 - \frac{3}{2}\right] \\ &= 4\left[x^2 + \frac{5}{2}x + \left(\frac{5}{4}\right)^2 - \left(\frac{5}{4}\right)^2 - \frac{3}{2}\right] \\ &= 4\left(x + \frac{5}{4}\right)^2 - \frac{49}{4} \end{aligned}$$

Titik minimum: $\left(-\frac{5}{4}, -\frac{49}{4}\right)$
Minimum point

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ 4x^2 + 10x - 6 &= 0 \\ (2x - 1)(x + 3) &= 0 \\ x &= \frac{1}{2}, x = -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(0) &= 4(0)^2 + 10(0) - 6 \\ &= -6 \end{aligned}$$



(a) $f(x) = 2x^2 + 8x + 11$

$a = 2 > 0$, titik minimum / minimum point

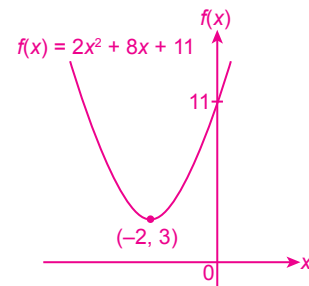
$$\begin{aligned} b^2 - 4ac &= 8^2 - 4(2)(11) \\ &= -24 < 0 \end{aligned}$$

Tiada pintasan-x / No x-intercept

$$\begin{aligned} f(x) &= 2\left(x^2 + 4x + \frac{11}{2}\right) \\ &= 2\left[x^2 + 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2 + \frac{11}{2}\right] \\ &= 2\left(x^2 + 4x + 2^2 - 2^2 + \frac{11}{2}\right) \\ &= 2(x + 2)^2 + 3 \end{aligned}$$

Titik minimum: $(-2, 3)$
Minimum point

$$\begin{aligned} f(0) &= 2(0)^2 + 8(0) + 11 \\ &= 11 \end{aligned}$$



(b) $f(x) = 3 - (x + 1)^2$

$a = -1 < 0$,

titik maksimum / maximum point $(-1, 3)$

$$f(x) = -x^2 - 2x + 2$$

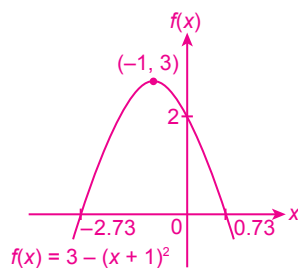
$$\begin{aligned} b^2 - 4ac &= (-2)^2 - 4(-1)(2) \\ &= 12 > 0 \end{aligned}$$

Pintasan-x pada dua titik berbeza
x-intercepts at two different points

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{12}}{2(-1)}$$

$$= -2.73 \text{ atau / or } 0.73$$

$$\begin{aligned} f(0) &= 3 - (0 + 1)^2 \\ &= 2 \end{aligned}$$



(c) $f(x) = -(x - 2)(x + 4)$

$a = -1 < 0$, titik maksimum / maximum point

$$f(x) = -x^2 - 2x + 8$$

$$\begin{aligned} b^2 - 4ac &= (-2)^2 - 4(-1)(8) \\ &= 36 > 0 \end{aligned}$$

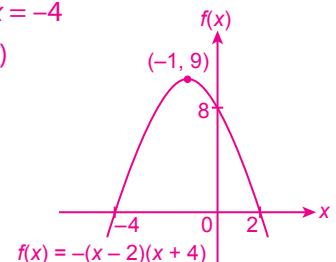
Pintasan-x pada dua titik berbeza
x-intercepts at two different points

$$\begin{aligned} f(x) &= -(x^2 + 2x - 8) \\ &= -\left[x^2 + 2x + \left(\frac{2}{2}\right)^2 - \left(\frac{2}{2}\right)^2 - 8\right] \\ &= -(x^2 + 2x + 1^2 - 1^2 - 8) \\ &= -(x + 1)^2 + 9 \end{aligned}$$

Titik maksimum / Maximum point: $(-1, 9)$

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ -(x - 2)(x + 4) &= 0 \\ x &= 2, x = -4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(0) &= -(0 - 2)(0 + 4) \\ &= 8 \end{aligned}$$





16. Selesaikan setiap yang berikut.

 SP
2.3.6

Solve each of the following.

TP 5

TP 6

- (a) Fungsi kuadratik $f(x) = ax^2 + bx + c$ mempunyai nilai maksimum 9 apabila $x = -2$. Diberi $f(x) = 0$ apabila $x = -5$ dan $f(x) = 5$ apabila $x = 0$.

Quadratic function $f(x) = ax^2 + bx + c$ has a maximum value of 9 when $x = -2$. Given $f(x) = 0$ when $x = -5$ and $f(x) = 5$ when $x = 0$.

- (i) Cari nilai-nilai a , b dan c .

Find the values of a , b and c .

- (ii) Seterusnya, tentukan julat nilai bagi x jika $f(x) < 5$.

Hence, determine the range of values of x if $f(x) < 5$.

(i) $f(x) = ax^2 + bx + c$

$$f(-2) = 9$$

$$a(-2)^2 + b(-2) + c = 9$$

$$4a - 2b + c = 9 \dots (1)$$

$$f(-5) = 0$$

$$a(-5)^2 + b(-5) + c = 0$$

$$25a - 5b + c = 0 \dots (2)$$

$$f(0) = 5$$

$$a(0)^2 + b(0) + c = 5$$

$$c = 5$$

Gantikan $c = 5$ ke dalam (1):

Substitute $c = 5$ into (1):

$$4a - 2b + 5 = 9$$

$$4a - 2b = 4$$

$$2a - b = 2 \dots (3)$$

Gantikan $c = 5$ ke dalam (2):

Substitute $c = 5$ into (2):

$$25a - 5b + 5 = 0$$

$$5a - b + 1 = 0$$

$$b = 5a + 1 \dots (4)$$

Gantikan (4) ke dalam (3):

Substitute (4) into (3):

$$2a - (5a + 1) = 2$$

$$-3a - 1 = 2$$

$$-3a = 3$$

$$a = -1$$

Gantikan $a = -1$ ke dalam (4):

Substitute $a = -1$ into (4):

$$b = 5(-1) + 1 = -4$$

$$\therefore a = -1, b = -4, c = 5$$

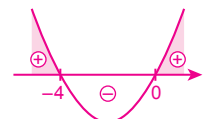
(ii) $f(x) = -x^2 - 4x + 5$

$$f(x) < 5$$

$$-x^2 - 4x + 5 < 5$$

$$x^2 + 4x > 0$$

$$x(x + 4) > 0$$



$$\therefore x < -4 \text{ atau } / \text{ or } x > 0$$

- (b) Rajah menunjukkan lengkung bagi fungsi kuadratik $y = f(x)$ dan $y = g(x)$ yang menyilang paksi- x pada dua titik yang sama.

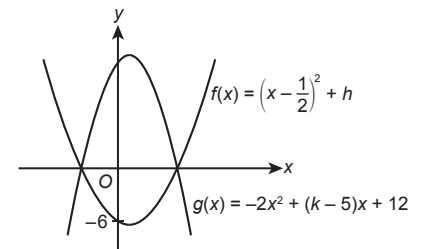
The diagram shows the curves of quadratic function $y = f(x)$ and $y = g(x)$ which intersect the x -axis at two same points.

- (i) Cari nilai h dan nilai k .

Find the value of h and of k .

- (ii) Seterusnya, cari koordinat titik maksimum bagi $y = g(x)$ dengan menggunakan kaedah penyempurnaan kuasa dua.

Hence, find the coordinates of the maximum point of $y = g(x)$ by using the method of completing the square.



(i) $f(0) = -6$

$$\left(0 - \frac{1}{2}\right)^2 + h = -6$$

$$\frac{1}{4} + h = -6$$

$$h = -\frac{25}{4}$$

$$g(x) = -2x^2 + (k-5)x + 12$$

Punca-punca / Roots: α, β

$$a = -2, b = k-5, c = 12$$

$$\text{SOR} = -\frac{b}{a}$$

$$\alpha + \beta = -\frac{k-5}{(-2)}$$

$$= \frac{k-5}{2}$$

$$f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{25}{4}$$

$$= x^2 - x + \frac{1}{4} - \frac{25}{4}$$

$$f(x) = x^2 - x - 6$$

Punca-punca / Roots: α, β

$$a = 1, b = -1, c = -6$$

$$\text{SOR} = -\frac{b}{a}$$

$$\alpha + \beta = -\frac{(-1)}{1} = 1$$

Perbandingan / Comparing:

$$\frac{k-5}{2} = 1$$

$$k-5 = 2$$

$$k = 7$$

(ii) $g(x) = -2x^2 + 2x + 12$

$$= -2(x^2 - x) + 12$$

$$= -2\left[x^2 - x + \left(\frac{-1}{2}\right)^2 - \left(\frac{-1}{2}\right)^2\right] + 12$$

$$= -2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} + 12$$

$$g(x) = -2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{25}{2}$$

Titik maksimum / Maximum point

$$= \left(\frac{1}{2}, \frac{25}{2}\right)$$

- (c) Kadar, dalam mg per saat, bagi suatu bahan kimia bertindak balas dengan bahan kimia lain dapat dimodelkan dengan fungsi $r = (t + 10)^2 - 2(t + 4)^2$, dengan keadaan t mewakili masa, dalam saat, dari permulaan eksperimen.

The rate, in mg per second, of a chemical substance reacts with another chemical substance can be modelled with the function $r = (t + 10)^2 - 2(t + 4)^2$, where t represents the time, in seconds, from the beginning of the experiment.

- (i) Jika $r = 40$, tunjukkan bahawa $t^2 - 4t - 28 = 0$.

If $r = 40$, show that $t^2 - 4t - 28 = 0$.

- (ii) Nyatakan jenis punca fungsi model ini.

State the type of roots of the function for the model.

- (iii) Lakarkan graf r melawan t .

Sketch the graph of r against t .

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad r &= (t + 10)^2 - 2(t + 4)^2 \\ &= t^2 + 20t + 100 - 2(t^2 + 8t + 16) \\ &= t^2 + 20t + 100 - 2t^2 - 16t - 32 \\ &= -t^2 + 4t + 68 \end{aligned}$$

Apabila / When $r = 40$,

$$-t^2 + 4t + 68 = 40$$

$$t^2 - 4t - 28 = 0$$

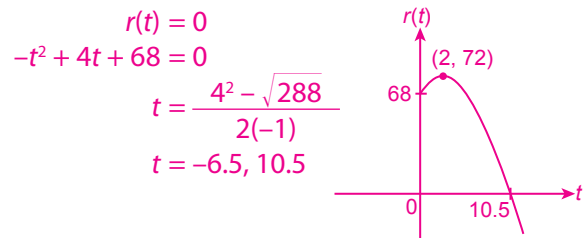
$$\begin{aligned} \text{(ii)} \quad b^2 - 4ac &= 4^2 - 4(-1)(68) \\ &= 288 > 0 \end{aligned}$$

Fungsi model ini mempunyai dua punca nyata dan berbeza.

The function of the model has two real and different roots.

$$\begin{aligned} \text{(iii)} \quad r(t) &= -t^2 + 4t + 68 \\ &= -(t^2 - 4t - 68) \\ &= -\left[t^2 - 4t + \left(-\frac{4}{2}\right)^2 - \left(-\frac{4}{2}\right)^2 - 68\right] \\ &= -(t^2 - 4t + (-2)^2 - (-2)^2 - 68) \\ &= -(t - 2)^2 + 72 \end{aligned}$$

Titik maksimum / Maximum point: (2, 72)



- (d) Rajah di sebelah menunjukkan satu segi empat tepat $STUR$ terterap di dalam segi tiga bersudut tegak PQR .

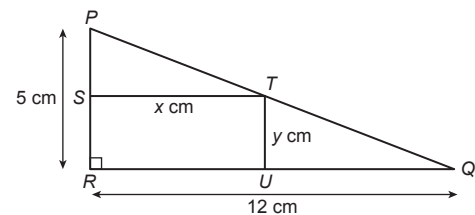
The diagram shows a rectangle $STUR$ inscribed in a right-angled triangle PQR .

- (i) Tunjukkan bahawa $y = 5 - \frac{5}{12}x$.

Show that $y = 5 - \frac{5}{12}x$.

- (ii) Nyatakan nilai x dan nilai y dengan keadaan luasnya adalah maksimum.

State the value of x and of y such that the area is maximum.



- (i) $PS = 5 - y$, $UQ = 12 - x$

Luas PST + luas $STUR$ + luas TQU = luas PQR
Area of PST + area of $STUR$ + area of TQU = area of PQR

$$2\left[\frac{1}{2}(5 - y)(x) + xy + \frac{1}{2}(y)(12 - x)\right] = \frac{1}{2}(5)(12)$$

$$5x - xy + 2xy + 12y - xy = 60$$

$$5x + 12y = 60$$

$$12y = 60 - 5x$$

$$y = 5 - \frac{5}{12}x$$

- (ii) Katakan $A(x)$ ialah luas segi empat tepat.

Let $A(x)$ is the area of the rectangle.

$$A(x) = xy$$

$$= x\left(5 - \frac{5}{12}x\right)$$

$$= 5x - \frac{5}{12}x^2$$

$$= -\frac{5}{12}(x^2 - 12x)$$

$$= -\frac{5}{12}\left[x^2 - 12x + \left(-\frac{12}{2}\right)^2 - \left(-\frac{12}{2}\right)^2\right]$$

$$= -\frac{5}{12}[x^2 - 12x + (-6)^2 - (-6)^2]$$

$$= -\frac{5}{12}(x - 6)^2 + 15$$

Nilai x maksimum ialah 6. / The maximum value of x is 6.

$$y = 5 - \frac{5}{12}(6) = 2.5$$

Maka, $x = 6$ dan $y = 2.5$.

Thus, $x = 6$ and $y = 2.5$.

KBAT
Mengaplikasi

KERTAS 1

Bahagian A

1. (a) Diberi bahawa α dan β merupakan punca bagi persamaan kuadratik $x^2 + 2x + 7 = 0$. Bentukkan suatu persamaan kuadratik yang mempunyai punca-punca $\frac{3}{\alpha}$ dan $\frac{3}{\beta}$.

SP
2.1.2
2.1.3

It is given that α and β are the roots of the quadratic equation $x^2 + 2x + 7 = 0$. Form an equation which has the roots $\frac{3}{\alpha}$ and $\frac{3}{\beta}$.

[4 markah / 4 marks]

- (b) Dengan menggunakan kaedah jadual, cari julat nilai x untuk $3x^2 - 2x > 8$.
By using the method of table, find the range of values of x for $3x^2 - 2x > 8$.

[2 markah / 2 marks]

Jawapan / Answer:

- (a) Daripada / From $x^2 + 2x + 7 = 0$,
 $\alpha + \beta = -2$ dan $\alpha\beta = 7$

$$\frac{3}{\alpha} + \frac{3}{\beta} = \frac{3(\alpha + \beta)}{\alpha\beta}$$

$$= \frac{3(-2)}{7}$$

$$= -\frac{6}{7}$$

dan / and

$$\frac{3}{\alpha} \times \frac{3}{\beta} = \frac{9}{\alpha\beta}$$

$$= \frac{9}{7}$$

Persamaan kuadratik baru
New quadratic equation

$$x^2 - \left(-\frac{6}{7}\right)x + \frac{9}{7} = 0$$

$$7x^2 + 6x + 9 = 0$$

- (b) $3x^2 - 2x > 8$
 $3x^2 - 2x - 8 > 0$
 $(3x + 4)(x - 2) > 0$

	$x < -\frac{4}{3}$	$-\frac{4}{3} < x < 2$	$x > 2$
$3x + 4$	-	+	+
$x - 2$	-	-	+
$(3x + 4)(x - 2)$	+	-	+

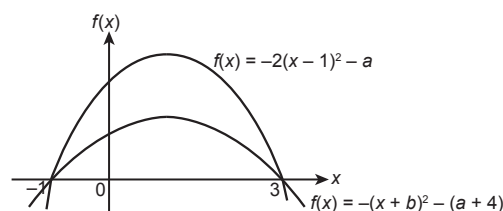
Julat nilai x ialah / The range of values of x is

$$x < -\frac{4}{3}, x > 2$$

2. Rajah di bawah menunjukkan lengkung $f(x) = -2(x - 1)^2 - a$ dan $f(x) = -(x + b)^2 - (a + 4)$ dengan keadaan a dan b ialah pemalar. Kedua-dua lengkung itu menyilang paksi- x pada $x = -1$ dan $x = 3$.

SP
2.3.6

The diagram below shows the curves $f(x) = -2(x - 1)^2 - a$ and $f(x) = -(x + b)^2 - (a + 4)$, where a and b are constants. Both curves intercept the x -axis at $x = -1$ and $x = 3$.



Cari / Find

- (a) nilai a dan nilai b ,
the value of a and of b , [3 markah / 3 marks]
- (b) titik maksimum bagi setiap lengkung itu.
the maximum point of each curve. [2 markah / 2 marks]

Jawapan / Answer:

- (a) Menggunakan / Using $(-1, 0)$
 $y = -2(x - 1)^2 - a$
 $0 = -2(-1 - 1)^2 - a$
 $a = -8$

$$y = -(x + b)^2 - (a + 4)$$

$$0 = -(-1 + b)^2 - (-8 + 4)$$

$$(b - 1)^2 = 4$$

$$b - 1 = \pm 2$$

$$b = 3, b = -1$$

Maka, / Thus, $a = -8, b = -1$

- (b) $y = -2(x - 1)^2 - (-8)$
 $y = -2(x - 1)^2 + 8$
Titik maksimum / Maximum point = $(1, 8)$
- $y = -(x + b)^2 - (a + 4)$
 $y = -(x - 1)^2 - (-8 + 4)$
 $y = -(x - 1)^2 + 4$
Titik maksimum / Maximum point = $(1, 4)$

3. (a) Cari julat nilai x bagi $12 + x - x^2 < 0$ dengan menggunakan kaedah lakaran graf.

SP
2.1.2
2.1.3

Find the range of values of x for $12 + x - x^2 < 0$ by using the graph sketching method.

[2 markah / 2 marks]

- (b) Punca persamaan $x^2 + (r - 8)x + 1 - s = 0$ ialah α dan β dengan r dan s ialah pemalar.

The roots for equation $x^2 + (r - 8)x + 1 - s = 0$ are α and β where r and s are constants.

- (i) Ungkapkan hasil tambah punca dan hasil darab punca dalam sebutan r dan/atau s .
Express the sum of roots and the product of roots in terms of r and/or s .

- (ii) Persamaan kuadratik $x^2 - (p - 2)x - p = 0$ dengan p ialah pemalar, mempunyai punca-punca $\frac{1}{\alpha}$ dan $\frac{1}{\beta}$. Ungkapkan r dalam sebutan s .

The quadratic equation $x^2 - (p - 2)x - p = 0$ where p is a constant, has roots $\frac{1}{\alpha}$ and $\frac{1}{\beta}$. Express r in terms of s .

[5 markah / 5 marks]

Jawapan / Answer:

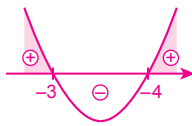
- (a) $12 + x - x^2 < 0$
 $x^2 - x - 12 > 0$
 $(x + 3)(x - 4) > 0$

Apabila / When

$$(x + 3)(x - 4) = 0,$$

$$x = -3, x = 4$$

Maka, / Thus, $x < -3, x > 4$



- (b) (i) Hasil tambah punca / Sum of roots
 $\alpha + \beta = -(r - 8) = 8 - r$
Hasil darab punca / Product of roots
 $\alpha\beta = 1 - s$

$$(ii) \quad \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = p - 2$$

$$\frac{\beta + \alpha}{\alpha\beta} = p - 2$$

$$\frac{8 - r}{1 - s} = p - 2$$

$$p = \frac{8 - r}{1 - s} + 2$$

$$\left(\frac{1}{\alpha}\right)\left(\frac{1}{\beta}\right) = -p$$

$$\frac{1}{\alpha\beta} = -p$$

$$\frac{1}{1 - s} = -p$$

$$p = -\frac{1}{1 - s}$$

$$\frac{8 - r}{1 - s} + 2 = -\frac{1}{1 - s}$$

$$8 - r + 2(1 - s) = -1$$

$$8 - r + 2 - 2s = -1$$

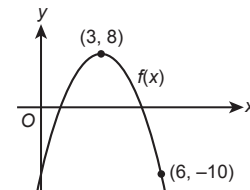
$$r = 11 - 2s$$

Bahagian B

4. Rajah di bawah menunjukkan graf fungsi kuadratik $y = f(x)$.

SP
2.3.3
2.3.4

The diagram below shows a graph of quadratic function $y = f(x)$.



- (a) Tulis persamaan paksi simetri bagi graf itu.
Write the equation of axis of symmetry for the graph.
[1 markah / 1 mark]
- (b) Ungkapkan $f(x)$ dalam bentuk verteks dan bentuk pintasan.
Express $f(x)$ in the vertex form and the intercept form.
[5 markah / 5 marks]

- (c) Seterusnya, berdasarkan bentuk umum bagi suatu fungsi kuadratik, $f(x) = ax^2 + bx + c$, terangkan perubahan pada graf itu apabila
Hence, based on the general form of the quadratic function, $f(x) = ax^2 + bx + c$, explain the changes on the graph when

- (i) nilai a menurun,
the value of a decreases,
- (ii) nilai c menurun.
the value of c decreases.

[2 markah / 2 marks]

Jawapan / Answer:

- (a) $x = 3$
- (b) $f(x) = a(x - 3)^2 + 8$
Pada / At $(6, -10)$
 $-10 = a(6 - 3)^2 + 8$
 $a = -2$

Bentuk verteks / The vertex form:

$$f(x) = -2(x - 3)^2 + 8$$

Bentuk pintasan / The intercept form:

$$f(x) = -2(x^2 - 6x + 9) + 8$$

$$= -2x^2 + 12x - 18 + 8$$

$$= -2x^2 + 12x - 10$$

$$= -2(x^2 - 6x + 5)$$

$$= -2(x - 5)(x - 1)$$

- (c) (i) Bagi $a < 0$, apabila nilai a menurun, kelebaran graf f semakin berkurang.
For $a < 0$, when the value of a decreases, the width of the graph decreases.
- (ii) Apabila nilai c menurun, graf f bergerak ke bawah.
When the value of c decreases, the graph moves downwards.

KERTAS 2

Bahagian A

1. (a) Cari integer negatif terbesar bagi t dengan keadaan persamaan $4x^2 + tx + 5 = 0$ mempunyai punca-punca nyata dengan menggunakan kaedah garis nombor.

SP
2.2.2

Find the largest negative integer of t such that the equation $4x^2 + tx + 5 = 0$ has real roots by using the number line method.

[4 markah / 4 marks]

- (b) $y = 2px^2 + 16x + 20 - 2p$ sentiasa bernilai positif dalam satu julat nilai p yang tertentu. Gunakan kaedah jadual untuk mencari julat nilai p tersebut.

$y = 2px^2 + 16x + 20 - 2p$ is always positive in a certain range of values of p . Use the table method to find the range of values of p .

[2 markah / 2 marks]

Jawapan / Answer:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & b^2 - 4ac \geq 0 \\ & t^2 - 4(4)(5) \geq 0 \\ & t^2 - 80 \geq 0 \end{aligned}$$

Apabila / When $t^2 - 80 = 0$

$$t = \pm\sqrt{80} = \pm 4\sqrt{5}$$

$t = -9$	$t = 1$	$t = 9$
$(-9)^2 - 80 \geq 0$	$(1)^2 - 80 \geq 0$	$(9)^2 - 80 \geq 0$
$\oplus$	$\ominus$	$\oplus$
$-4\sqrt{5}$	$4\sqrt{5}$	
$t \leq -4\sqrt{5}$	$-4\sqrt{5} \leq t \leq 4\sqrt{5}$	$t \geq 4\sqrt{5}$

$$t \leq -4\sqrt{5}, t \geq 4\sqrt{5}$$

Maka, integer negatif terbesar bagi t ialah -9 .
Therefore, the largest negative integer of t is -9 .

- (b) y sentiasa bernilai positif, maka tiada punca-punca nyata

y is always positive, therefore no real roots

$$\begin{aligned} & b^2 - 4ac < 0 \\ (16)^2 - 4(2p)(20 - 2p) & < 0 \\ p^2 - 10p + 16 & < 0 \\ (p - 2)(p - 8) & < 0 \end{aligned}$$

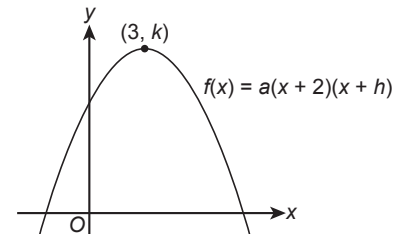
	$p < 2$	$2 < p < 8$	$p > 8$
$p - 2$	-	+	+
$p - 8$	-	-	+
$(p - 2)(p - 8)$	+	-	+

Maka, julat nilai p ialah $2 < p < 8$.
Thus, the range of values of p is $2 < p < 8$.

2. Rajah di bawah menunjukkan suatu lengkung $f(x) = a(x + 2)(x + h)$ mempunyai titik maksimum $(3, k)$, dengan keadaan h dan k ialah pemalar.

SP
2.3.6

The diagram below shows a curve $f(x) = a(x + 2)(x + h)$ has a maximum point $(3, k)$, such that h and k are constants.



- (a) Nyatakan julat nilai a .
State the range of values of a

[1 markah / 1 mark]

- (b) Cari nilai h .
Find the value of h .

[2 markah / 2 marks]

- (c) Ungkapkan a dalam sebutan k dengan menggunakan kaedah penyempurnaan kuasa dua.
Express a in terms of k by using the method of completing the square.

[3 markah / 3 marks]

Jawapan / Answer:

- (a) $a < 0$

- (b) Paksi simetri / Symmetrical axis, $x = 3$

$$\frac{-2 + (-h)}{2} = 3$$

$$h = -8$$

$$\begin{aligned} \text{(c)} \quad f(x) &= a(x + 2)(x - 8) \\ &= a[x^2 - 6x - 16] \\ &= a\left[x^2 - 6x + \left(\frac{-6}{2}\right)^2 - \left(\frac{-6}{2}\right)^2 - 16\right] \\ &= a[(x - 3)^2 - 9 - 16] \\ &= a(x - 3)^2 - 25a \end{aligned}$$

Titik maksimum / Maximum point = $(3, k)$

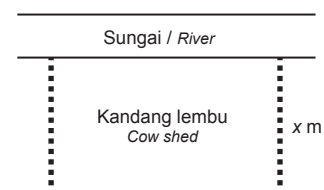
$$k = -25a$$

$$a = -\frac{k}{25}$$

3. Rajah di bawah menunjukkan kandang lembu milik Jimi.

SP
2.3.6

The diagram below shows the cow shed owned by Jimi.



Jimi ingin memasang pagar tanpa menutupi sungai menggunakan pagar sepanjang 150 m. Cari nilai maksimum bagi x dan luas maksimum, dalam m^2 , kandang lembu itu. **KBAT** Menganalisis
Jimi wants to install fence without closing the river using 150 m of fence. Find the maximum value of x and the maximum area, in m^2 , of the cow shed.

[5 markah / 5 marks]



Tip Menjawab

- 1 Cari fungsi kuadratik bagi luas kandang lembu.
Find the quadratic function of the area of the cow shed.
- 2 Ungkapkan fungsi itu dalam bentuk verteks.
Express the function in vertex form.
- 3 Titik maksimum graf fungsi kuadratik itu adalah nilai x dan luas yang maksimum.
The maximum point of the quadratic graph is the maximum value of x and the area.

Jawapan / Answer:

Lebar / Width = x , Panjang / Length = $150 - 2x$

Luas / Area

$$\begin{aligned} A &= x(150 - 2x) \\ &= 150x - 2x^2 \\ &= -2(x^2 - 75x) \\ &= -2\left[x^2 - 75x + \left(-\frac{75}{2}\right)^2 - \left(-\frac{75}{2}\right)^2\right] \\ &= -2\left(x - \frac{75}{2}\right)^2 + \frac{5625}{2} \end{aligned}$$

Titik maksimum / Maximum point

$$= \left(\frac{75}{2}, \frac{5625}{2}\right)$$

$$x = \frac{75}{2} = 37.5$$

Luas maksimum / Maximum area

$$= \frac{5625}{2} = 2812.5 \text{ m}^2$$

Bahagian B

4. (a) Cari julat nilai x bagi $x^2 - 4 \geq 0$ dan $x^2 - 9 \leq 0$. Seterusnya, selesaikan ketaksamaan $2 \leq x^2 - 2 \leq 7$.

SP
2.1.3
2.2.2

Find the range of values of x for $x^2 - 4 \geq 0$ and $x^2 - 9 \leq 0$. Hence, solve the inequality $2 \leq x^2 - 2 \leq 7$.

[4 markah / 4 marks]

- (b) Cari nilai-nilai p jika paksi- x ialah tangen kepada lengkung $f(x) = \frac{3}{4}x^2 + 2px + x + 1 - p$.

Find the values of p if the x -axis is the tangent to the curve

$$f(x) = \frac{3}{4}x^2 + 2px + x + 1 - p.$$

[3 markah / 3 marks]

- (c) Buktikan bahawa $x^2 + 3(1 - p)x - 9p = 0$ mempunyai punca-punca nyata untuk semua nilai nyata p .

Prove that $x^2 + 3(1 - p)x - 9p = 0$ has real roots for all real values of p .

[3 markah / 3 marks]

Jawapan / Answer:

(a) $x^2 - 4 \geq 0$

$$(x + 2)(x - 2) \geq 0$$

$$(x + 2)(x - 2) = 0,$$

$$x = -2, x = 2$$

$$\therefore x \leq -2 \text{ dan / and } x \geq 2$$

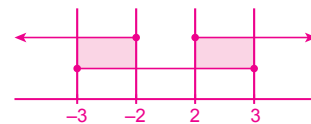
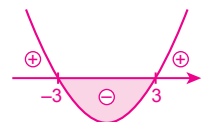
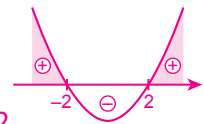
$$x^2 - 9 \leq 0$$

$$(x + 3)(x - 3) \leq 0$$

$$(x + 3)(x - 3) = 0,$$

$$x = -3, x = 3$$

$$\therefore -3 \leq x \leq 3$$



Penyelesaian ialah $-3 \leq x \leq -2$ dan

$2 \leq x \leq 3$.

The solution is $-3 \leq x \leq -2$ and $2 \leq x \leq 3$.

- (b) Paksi- x ialah tangen kepada lengkung $f(x)$, maka dua punca nyata yang sama

The x -axis is the tangent to the curve $f(x)$, therefore two real and equal roots

$$b^2 - 4ac = 0$$

$$(2p + 1)^2 - 4\left(\frac{3}{4}\right)(1 - p) = 0$$

$$4p^2 + 7p - 2 = 0$$

$$(4p - 1)(p + 2) = 0$$

$$p = \frac{1}{4}, p = -2$$

- (c) $b^2 - 4ac = (3 - 3p)^2 - 4(1)(-9p)$

$$= 9p^2 + 18p + 9$$

$$= 9(p^2 + 2p + 1)$$

$$= 9(p + 1)^2$$

$9(p + 1)^2 \geq 0$ bagi semua nilai nyata p .

Maka, $b^2 - 4ac \geq 0$ bagi semua nilai nyata p .

$x^2 + 3(1 - p)x - 9p = 0$ mempunyai punca nyata untuk semua nilai nyata p .

$9(p + 1)^2 \geq 0$ for all real values of p .

Thus, $b^2 - 4ac \geq 0$ for all real values of p .

$x^2 + 3(1 - p)x - 9p = 0$ has real roots for all real values of p .



<https://qr.pelangibooks.com/?u=POTMT4>

Enrolment key: &BemsAk8



BAB 3

Sistem Persamaan Systems of Equations

3.1

Sistem Persamaan Linear dalam Tiga Pemboleh Ubah Systems of Linear Equations in Three Variables

PBD Formatif

Buku Teks ms. 70 – 78



1. Bentuk umum persamaan linear dalam tiga pemboleh ubah, x , y dan z :

The general form of linear equation in three variables, x , y and z :

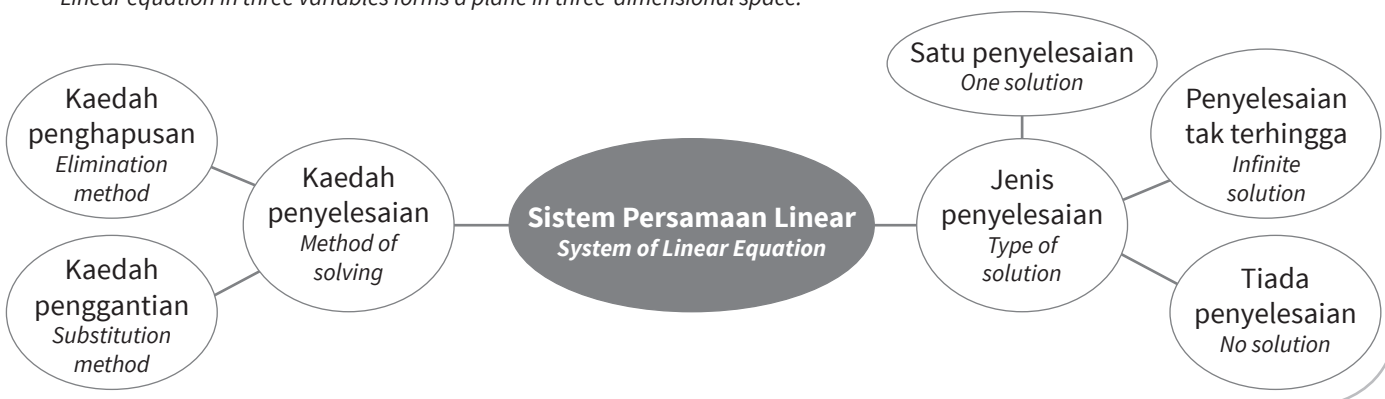
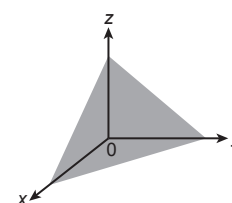
$$ax + by + cz = d$$

dengan a , b , c dan d ialah pemalar.

where a , b , c and d are constants.

2. Persamaan linear dalam tiga pemboleh ubah membentuk satu satah dalam ruang tiga dimensi.

Linear equation in three variables forms a plane in three-dimensional space.



1. Tentukan sama ada persamaan-persamaan yang diberi adalah sistem persamaan linear dalam tiga pemboleh ubah atau bukan. Berikan justifikasi anda.

SP

3.1.1

Determine whether the given equations are system of linear equations in three variables. Give your justification.

TP 1

Sistem Persamaan System of Equations	Justifikasi Justification
Contoh $x + y + z = 2$ $2x - y + 3z = 9$ $3x - y - 2z = -2$	Ya, kerana kesemua persamaan mempunyai tiga pemboleh ubah x , y dan z dengan kuasa pemboleh ubah 1. Yes, because all the equations have three variables x , y and z with power of 1.
(a) $2x + y - z = -2$ $x - y - z^2 = -6$ $x + 2y + 3z = 7$	Bukan, kerana terdapat pemboleh ubah z yang mempunyai kuasa 2. No, because there is variable z with power of 2.
(b) $2x + 3y + z = 9$ $x - y - 4z = 11$ $3x + y + 5z = -23$	Ya, kerana kesemua persamaan mempunyai tiga pemboleh ubah x , y dan z dengan kuasa pemboleh ubah 1. Yes, because all the equations have three variables x , y and z with power of 1.
(c) $2p + 3q + 5r = 1$ $p + 2qr = 3$ $5p - 2q + r = 4$	Bukan, kerana terdapat sebutan tak linear, iaitu $2qr$. No, because there is a non-linear term, which is $2qr$.

BAB

4

Indeks, Surd dan Logaritma

Indices, Surds and Logarithms

4.1

Hukum Indeks

Laws of Indices

PBD Formatif

Buku Teks ms. 90 – 95

Nota

Xpress

Hukum Indeks

Law of Indices

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$a^m \div a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

$$a^m \times b^m = (ab)^m$$

$$\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

$$a^0 = 1$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (n\sqrt{a})^m$$

1. Permudahkan setiap ungkapan algebra yang berikut.

SP Simplify each of the following algebraic expressions.

TP 1

Contoh

(i) $\frac{3^{n+1} + 3^2}{3}$

$$= \frac{3^n(3) + 3^2}{3}$$

$$= \frac{3(3^n + 3)}{3}$$

$$= 3^n + 3$$

(a) $\frac{3^{n+2} + 9}{3}$

$$= \frac{(3^n)(3^2) + 3^2}{3}$$

$$= \frac{3^2(3^n + 1)}{3}$$

$$= 3(3^n + 1)$$

(b) $\frac{4^{n+2} - 16}{4}$

$$= \frac{(4^n)(4^2) - 4^2}{4}$$

$$= \frac{4^2(4^n - 1)}{4}$$

$$= 4(4^n - 1)$$

(ii) $\frac{2^{2n+1} \times 4^{-n}}{(2^n)^3}$

$$= \frac{2^{2n+1} \times 2^{-2n}}{2^{3n}}$$

$$= 2^{2n+1-2n-3n}$$

$$= 2^{1-3n}$$

(c) $\frac{25^{2n} \times 5^{1-n}}{(5^2)^n}$

$$= \frac{5^{4n} \times 5^{1-n}}{5^{2n}}$$

$$= 5^{4n+1-n-2n}$$

$$= 5^{n+1}$$

(d) $\frac{9^n \times 3^{2n+2}}{27^n}$

$$= \frac{3^{2n} \times 3^{2n+2}}{3^{3n}}$$

$$= 3^{2n+2n+2-3n}$$

$$= 3^{n+2}$$

(iii) $\frac{2^{n-3} \times 8^{n+1}}{2^{2n-1} \times 4^{2-n}}$

$$= \frac{2^{n-3} \times (2^3)^{n+1}}{2^{2n-1} \times (2^2)^{2-n}}$$

$$= \frac{2^{n-3} \times 2^{3n+3}}{2^{2n-1} \times 2^{4-2n}}$$

$$= \frac{2^{n-3+3n+3}}{2^{2n-1+4-2n}}$$

$$= \frac{2^{4n}}{2^3}$$

$$= 2^{4n-3}$$

(e) $\frac{25^{n+1} \times 5^{1-2n}}{5^{2-n} \times 5^{2n+1}}$

$$= \frac{5^{2n+2} \times 5^{1-2n}}{5^{2-n} \times 5^{2n+1}}$$

$$= \frac{5^{2n+2+1-2n}}{5^{2-n+2n+1}}$$

$$= \frac{5^3}{5^{n+3}}$$

$$= 5^{3-n-3}$$

$$= \frac{1}{5^n}$$

(f) $\frac{4x^2(y^{-1})^{-2}}{(-2x^2)^3(y^{-2})^2}$

$$= \frac{4x^2 \times y^{-1 \times -2}}{-8x^6 \times y^{-4}}$$

$$= -\frac{x^2 y^2}{2x^6 y^{-4}}$$

$$= -\frac{x^{2-6} y^{2-(-4)}}{2}$$

$$= -\frac{y^6}{2x^4}$$

BAB 5

Janjang Progressions

5.1 Janjang Aritmetik Arithmetic Progressions

PBD Formatif

Buku Teks ms. 128 – 138



- Janjang aritmetik ialah suatu jujukan nombor dengan keadaan beza setiap sebutan dengan sebutan sebelumnya adalah pemalar. Pemalar ini dikenali sebagai beza sepunya, d .
An arithmetic progression is a number sequence such that the difference of each term and the term before it, is a constant. This constant is known as the common difference, d .

$$d = T_2 - T_1 = T_3 - T_2 = \dots = T_n - T_{n-1}$$

- Sebutan ke- n bagi janjang aritmetik ialah

The n^{th} term of an arithmetic progression is

$$T_n = a + (n - 1)d$$

- Hasil tambah n sebutan pertama, S_n ialah

The sum of the first n terms, S_n is

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$$

$$S_n = \frac{n}{2}[a + l]$$

dengan / where a = sebutan pertama / first term

n = bilangan sebutan / number of terms

d = beza sepunya / common difference

l = sebutan terakhir / last term

- Tentukan sama ada setiap jujukan yang berikut ialah janjang aritmetik atau bukan. Berikan justifikasi anda.

SP
5.1.1

Contoh

2, -2, 2, -2, ...

$$d_1 = T_2 - T_1 = -2 - 2 = -4$$

$$d_2 = T_3 - T_2 = 2 - (-2) = 4$$

Bukan janjang aritmetik kerana $d_1 \neq d_2$.

Not an arithmetic progression because $d_1 \neq d_2$.

(a) $\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{5}{4}, \dots$

$$d_1 = T_2 - T_1 = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

$$d_2 = T_3 - T_2 = \frac{5}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$$

Janjang aritmetik kerana $d_1 = d_2 = \frac{1}{2}$.

An arithmetic progression because $d_1 = d_2 = \frac{1}{2}$.

(b) $1^3, 2^3, 3^3, \dots$

$$d_1 = T_2 - T_1 = 2^3 - 1^3 = 7$$

$$d_2 = T_3 - T_2 = 3^3 - 2^3 = 19$$

Bukan janjang aritmetik kerana $d_1 \neq d_2$.

Not an arithmetic progression because $d_1 \neq d_2$.

(c) $x, x + 3, x + 6, x + 9, \dots$

$$d_1 = T_2 - T_1 = x + 3 - x = 3$$

$$d_2 = T_3 - T_2 = x + 6 - (x + 3) = 3$$

$$d_3 = T_4 - T_3 = x + 9 - (x + 6) = 3$$

Janjang aritmetik kerana $d_1 = d_2 = d_3 = 3$.

An arithmetic progression because $d_1 = d_2 = d_3 = 3$.

Tip Penting

Nilai beza sepunya boleh bernilai positif atau negatif, tetapi tidak boleh sifar.

The value of the common difference can be positive or negative, but not zero.

BAB 6

Hukum Linear Linear Law

6.1 Hubungan Linear dan Tak Linear Linear and Non-Linear Relations

PBD Formatif

Buku Teks ms. 154 – 161



- Hubungan linear** ialah graf yang membentuk satu garis lurus.
Linear relation is the graph that forms a straight line.
- Hubungan tak linear** ialah graf yang tidak membentuk garis lurus.
Non-linear relation is the graph that does not form a straight line.

- Garis lurus penyuaiian terbaik** boleh diperoleh dengan menyambungkan kebanyakan titik dalam satu garis lurus dan titik-titik yang tidak bersambung mestilah bertaburan secara seimbang di kedua-dua belah garis lurus itu.
A line of best fit can be obtained by joining most of the points in a straight line and the points which are not joined must be distributed evenly on both sides of the straight line.

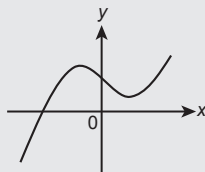
- Tentukan sama ada setiap graf yang berikut ialah graf hubungan linear atau graf hubungan tak linear. Berikan sebab anda.

SP 6.1.1

TP 1

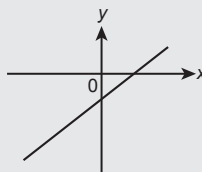
Contoh

(i)



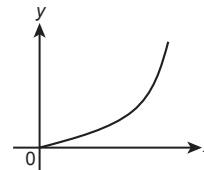
Graf hubungan tak linear kerana graf bukan satu garis lurus.
A graph of non-linear relation because the graph is not a straight line.

(ii)



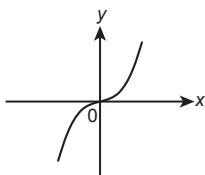
Graf hubungan linear kerana graf adalah garis lurus.
A graph of linear relation because the graph is a straight line.

(a)



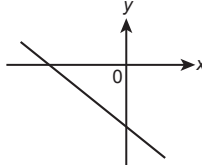
Graf hubungan tak linear kerana graf bukan satu garis lurus.
A graph of non-linear relation because the graph is not a straight line.

(b)



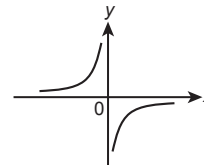
Graf hubungan tak linear kerana graf bukan satu garis lurus.
A graph of non-linear relation because the graph is not a straight line.

(c)



Graf hubungan linear kerana graf adalah garis lurus.
A graph of linear relation because the graph is a straight line.

(d)



Graf hubungan tak linear kerana graf bukan satu garis lurus.
A graph of non-linear relation because the graph is not a straight line.

BAB

7

Geometri Koordinat Coordinate Geometry

7.1

Pembahagi Tembereng Garis Divisor of a Line Segment

PBD Formatif

Buku Teks ms. 176 – 183

Nota

Xpress

VIDEO

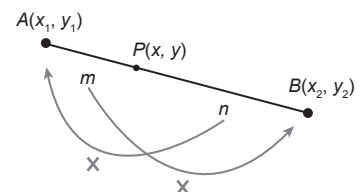


Pembahagi Tembereng Garis
Divisor of a Line Segment

1. Diberi titik $P(x, y)$ membahagikan suatu tembereng garis AB dengan nisbah $AP : PB = m : n$, maka koordinat titik P ialah

Given point $P(x, y)$ divides the line segment AB in the ratio $AP : PB = m : n$, then the coordinates of point P is

$$P(x, y) = \left(\frac{nx_1 + mx_2}{m + n}, \frac{ny_1 + my_2}{m + n} \right)$$



1. Dengan menggunakan maklumat yang diberi, cari nisbah (i) $AP : AB$ (ii) $AP : PB$ bagi setiap yang berikut.

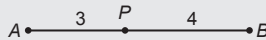
By using the information given, find the ratio of (i) $AP : AB$ (ii) $AP : PB$ for each of the following.

TP 1

Contoh

Titik P berada $\frac{3}{7}$ daripada jarak AB dari titik A di sepanjang tembereng garis AB .

Point P is $\frac{3}{7}$ of the distance AB from A along the line segment AB .



- (i) $AP : AB = 3 : 7$
(ii) $AP : PB = 3 : 4$

- (a) Titik P berada $\frac{5}{12}$ daripada jarak AB dari titik B di sepanjang tembereng garis AB .

Point P is $\frac{5}{12}$ of the distance AB from point B along the line segment AB .



- (i) $AP : AB = 7 : 12$
(ii) $AP : PB = 7 : 5$

- (b) Titik P berada 12 cm dari titik A di sepanjang tembereng garis AB dengan panjang 18 cm.
Point P is 12 cm from point A along the line segment AB with the length of 18 cm.



- (i) $AP : AB = 12 : 18 = 2 : 3$
(ii) $AP : PB = 12 : 6 = 2 : 1$

2. Cari koordinat titik R yang membahagi tembereng garis KL dalam nisbah yang diberi.

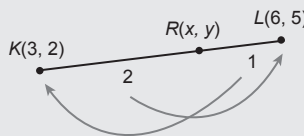
Find the coordinates of point R which divides line segment KL in the given ratio.

TP 2

Contoh

$K(3, 2)$, $L(6, 5)$ dan / and $KR : RL = 2 : 1$.

$$R(x, y) = \left(\frac{1(3) + 2(6)}{2 + 1}, \frac{1(2) + 2(5)}{2 + 1} \right) = (5, 4)$$



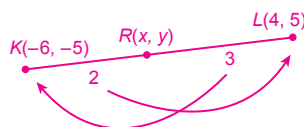
Tip Penting

Anda digalakkan melakar tembereng garis dengan koordinat dan nisbah yang diberi supaya tidak menjadi keliru.

You are encouraged to sketch the line segment with the given coordinates and ratio to avoid getting confuse.

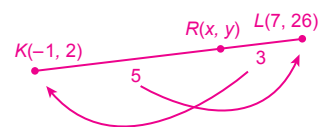
- (a) $K(-6, -5)$, $L(4, 5)$ dan / and $KR : RL = 2 : 3$.

$$R(x, y) = \left(\frac{3(-6) + 2(4)}{2 + 3}, \frac{3(-5) + 2(5)}{2 + 3} \right) = (-2, -1)$$



- (b) $K(-1, 2)$, $L(7, 26)$ dan / and $KR : RL = 5 : 3$.

$$R(x, y) = \left(\frac{3(-1) + 5(7)}{5 + 3}, \frac{3(2) + 5(26)}{5 + 3} \right) = (4, 17)$$



BAB 8

Vektor Vectors

8.1 Vektor Vectors

PBD Formatif

Buku Teks ms. 212 – 220



1. **Kuantiti vektor** ialah kuantiti yang mempunyai magnitud dan arah manakala **kuantiti skalar** hanya mempunyai magnitud tetapi tiada arah.
Vector quantity is a quantity that has magnitude and direction whereas **scalar quantity** has only magnitude but no direction.

2. Tatatanda vektor / Vector notations:



3. Magnitud vektor / Magnitude of vector:

$$|\vec{AB}|, |\mathbf{AB}|, |a| \text{ atau / or } |\mathbf{a}|$$

4. Vektor sifar, $\mathbf{0}$ mempunyai magnitud sifar, $|\mathbf{0}| = 0$ dan tiada arah.

Zero vector, $\mathbf{0}$ has zero magnitude, $|\mathbf{0}| = 0$ and no direction.

5. Dua vektor adalah sama jika kedua-dua vektor mempunyai arah dan magnitud yang sama.

Two vectors are the same if both vectors have the same direction and magnitude.

$$\vec{AB} = \vec{CD}$$

$$|\vec{AB}| = |\vec{CD}|$$

6. Vektor negatif bagi vektor $\vec{AB}$ ditulis sebagai $\vec{BA}$, mempunyai magnitud yang sama tetapi arah yang bertentangan.

Negative of a vector $\vec{AB}$ is denoted as $\vec{BA}$, has the same magnitude but in the opposite direction.

$$|\vec{AB}| = |-\vec{AB}| = |\vec{BA}|$$

7. Dua vektor $\vec{AB}$ dan $\vec{CD}$ adalah selari jika $\vec{AB} = k\vec{CD}$, dengan k ialah pemalar.

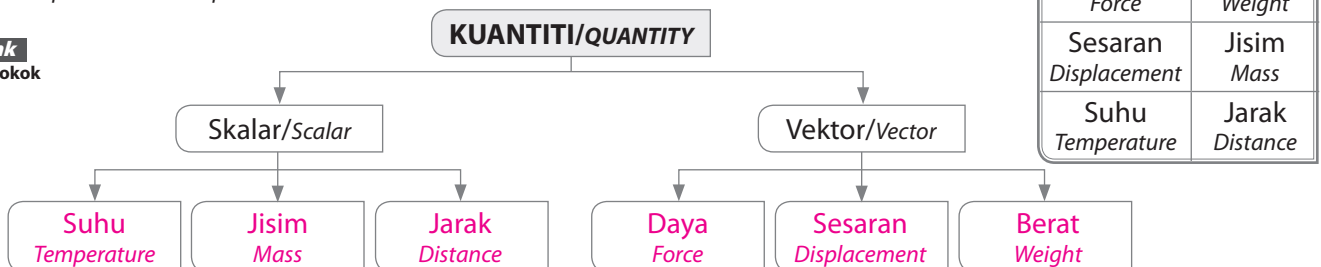
Two vectors, $\vec{AB}$ and $\vec{CD}$ are parallel if $\vec{AB} = k\vec{CD}$, where k is a constant.

1. Lengkapkan peta pokok di bawah.

SP Complete the tree map below.

8.1.1

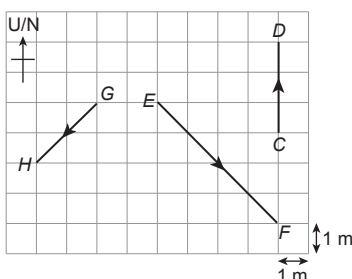
i-Think
Peta Pokok



2. Berdasarkan rajah di bawah, cari magnitud dan arah bagi setiap vektor yang berikut.

SP Based on the diagram below, find the magnitude and direction of each of the following vectors.

8.1.2



▶ Contoh

$$|\vec{GH}|$$

$$|\vec{GH}| = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2}$$

$$= \sqrt{8}$$

$$= 2\sqrt{2} \text{ m}$$

$\vec{GH}$ adalah ke barat daya.
 $\vec{GH}$ is to the Southwest.

(a) $|\vec{CD}|$

$$|\vec{CD}| = \sqrt{0^2 + 3^2}$$

$$= 3 \text{ m}$$

$\vec{CD}$ adalah ke utara.
 $\vec{CD}$ is to the North.

(b) $|\vec{EF}|$

$$|\vec{EF}| = \sqrt{4^2 + (-4)^2}$$

$$= \sqrt{32}$$

$$= 4\sqrt{2} \text{ m}$$

$\vec{EF}$ adalah ke tenggara.
 $\vec{EF}$ is to the Southeast.

BAB 9

Penyelesaian Segi Tiga Solution of Triangles

9.1 Petua Sinus Sine Rule

PBD Formatif

Buku Teks ms. 242 – 250



Tip Penting

Petua sinus boleh digunakan apabila diberi

Sine rule can be used when it is given

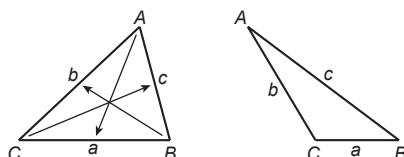
- (i) dua sudut dan satu sisi
two angles and a side
- (ii) dua sisi dan satu sudut bukan kandung
two sides and a non-included angle

1. Petua sinus / Sine rule

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

atau / or

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$



Tip Penting

Petua sinus boleh digunakan apabila diberi

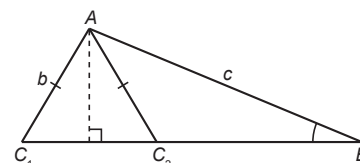
Sine rule can be used when it is given

- (i) dua sudut dan satu sisi
two angles and a side
- (ii) dua sisi dan satu sudut bukan kandung
two sides and a non-included angle

2. Kes berambiguiti berlaku jika:

Ambiguous case occurs if:

- (i) Dua sisi, b dan c , dan satu sudut tirus bukan kandung, $\angle B$ diberi.
Two sides, b and c , and an acute and non-include angle, $\angle B$ are given.
- (ii) Panjang b lebih pendek daripada c tetapi lebih panjang daripada tinggi segi tiga.
The length of b is shorter than c but longer than the height of the triangle.

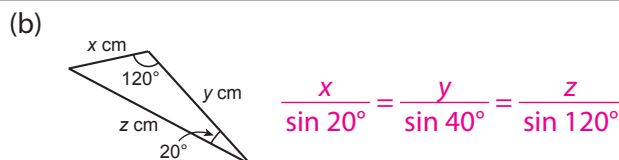
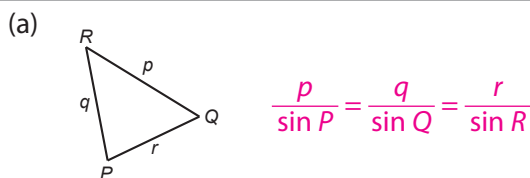


1. Tulis petua sinus yang menghubungkan sisi dan sudut bagi segi tiga yang berikut.

TP 1

SP Write the sine rule that relates the sides and angles of the following triangles.

9.1.1



2. Cari nilai x bagi setiap segi tiga yang berikut.

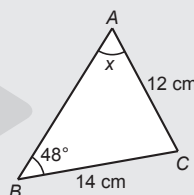
TP 2

SP Find the value of x of each of the following triangles.

9.1.2

Contoh

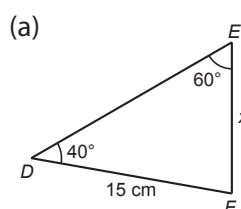
KALKULATOR



$$\frac{\sin x}{14} = \frac{\sin 48^\circ}{12}$$

$$\sin x = \frac{14 \times \sin 48^\circ}{12}$$

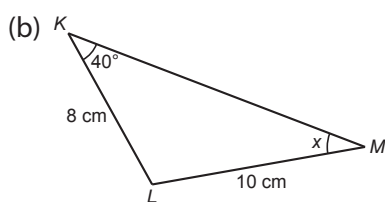
$$x = 60.11^\circ$$



$$\frac{x}{\sin 40^\circ} = \frac{15}{\sin 60^\circ}$$

$$x = \frac{15}{\sin 60^\circ} \times \sin 40^\circ$$

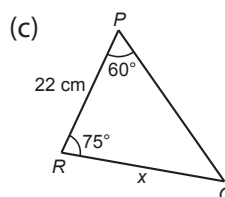
$$= 11.133 \text{ cm}$$



$$\frac{\sin x}{8} = \frac{\sin 40^\circ}{10}$$

$$\sin x = \frac{8 \times \sin 40^\circ}{10}$$

$$x = 30.95^\circ$$



$$\frac{x}{\sin 60^\circ} = \frac{22}{\sin 75^\circ}$$

$$x = \frac{22}{\sin 75^\circ} \times \sin 60^\circ$$

$$= 26.944 \text{ cm}$$

BAB 10

Nombor Indeks Index Numbers

10.1 Nombor Indeks Index Numbers

PBD Formatif

Buku Teks ms. 272 – 278



TUTORIAL



Nombor indeks
Index number

1. Nombor indeks / Index number

$$I = \frac{Q_1}{Q_0} \times 100$$

dengan / where

Q_1 = Harga/Kuantiti pada masa tertentu (Price/Quantity at a particular year)

Q_0 = Harga/Kuantiti pada masa asas (Price/Quantity at the base year)

1. Hitung nombor indeks bagi setiap situasi berikut. Kemudian, tafsirkan maksud nombor indeks tersebut.

SP Calculate the index number of each of the following situations. Hence, interpret the meaning of the index number.

TP 1

TP 2

10.1.1
10.1.2

Contoh

May membeli sebuah bangunan kedai bernilai RM800 000 pada tahun 2018. Harga bangunan kedai itu pada tahun 2020 bernilai RM900 000. Hitung nombor indeks bagi harga kedai pada tahun 2020 berasaskan tahun 2018.

May bought a shop lot in the year 2018 costing RM800 000. The price of the shop lot in 2020 is RM900 000. Calculate the index number of the price of the shop lot in the year 2020 based on the year 2018.

$$\begin{aligned} I &= \frac{Q_{2020}}{Q_{2018}} \times 100 \\ &= \frac{900\,000}{800\,000} \times 100 = 112.5 \end{aligned}$$

Harga bangunan kedai itu meningkat sebanyak 12.5% dari tahun 2018 hingga 2020.

The price of the shop lot increases 12.5% from 2018 to 2020.

(a) Purata bil telefon bagi sebuah syarikat bertukar dari RM300 sebulan pada tahun 2018 ke RM420 sebulan pada tahun 2019. Hitung nombor indeks bagi purata bulanan bil telefon syarikat itu pada tahun 2019 berasaskan tahun 2018.

The average telephone bill of a company changed from RM300 per month in the year 2018 to RM420 per month in the year 2019. Calculate the index number of the monthly average telephone bill of the company in the year 2019 based on the year 2018.

$$\begin{aligned} I &= \frac{Q_{2019}}{Q_{2018}} \times 100 \\ &= \frac{420}{300} \times 100 = 140 \end{aligned}$$

Purata bulanan bil telefon meningkat sebanyak 40% dari tahun 2018 hingga 2019.

The monthly average of the telephone bill increases 40% from 2018 to 2019.

(b) Populasi penduduk Malaysia pada tahun 2007 dan 2017 masing-masing ialah 26 720 370 dan 31 105 028. Hitung indeks populasi penduduk Malaysia pada tahun 2017 berasaskan tahun 2007.

The population of Malaysia in the year 2007 and 2017 was 26 720 370 and 31 105 028 respectively. Calculate the index population of Malaysia in the year 2017 based on the year 2007.

$$\begin{aligned} I &= \frac{Q_{2017}}{Q_{2007}} \times 100 \\ &= \frac{31\,105\,028}{26\,720\,370} \times 100 = 116.41 \end{aligned}$$

Populasi penduduk Malaysia meningkat sebanyak 16.41% dari tahun 2007 hingga 2017.

The population of Malaysia increases 16.41% from 2007 to 2017.

(c) Harga diesel pada bulan Jun 2020 ialah RM1.96 seliter dan pada bulan November 2020 ialah RM1.78 seliter. Hitung nombor indeks bagi harga diesel seliter pada bulan November 2020 berasaskan bulan Jun 2020.

The price of diesel in June 2020 is RM1.96 per litre and in November 2020 is RM1.78 per litre. Calculate the index number of the price of diesel in November 2020 based on June 2020.

$$\begin{aligned} I &= \frac{Q_{\text{Nov}}}{Q_{\text{Jun}}} \times 100 \\ &= \frac{1.78}{1.96} \times 100 = 90.82 \end{aligned}$$

Harga diesel seliter menurun sebanyak 9.18% pada bulan November 2020 berbanding pada Jun 2020.

The price of diesel decreases 9.18% in November 2020 compared to June 2020.